

Теоретические вопросы по курсу

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ (1 семестр)

1. Сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матриц. Основные свойства этих операций.
2. Определители 2-го и 3-го порядка. Миноры и алгебраические дополнения. Определение определителя n -го порядка. Основные свойства определителей (уметь доказывать). Способы вычисления определителей.
3. Формулы Крамера (вывод формул). Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Вырожденная и невырожденная матрица. Обратная матрица, определение, основные свойства. Критерий существования обратной матрицы (с доказательством). Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
5. Решение матричных уравнений и систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
6. Понятие ранга матрицы. Элементарные преобразования матриц. Сохранение ранга матриц при элементарных преобразованиях. Способы нахождения ранга. Базисный минор. Теорема о базисном миноре.
7. Системы линейных алгебраических уравнений: однородные и неоднородные, совместные и несовместные, определенные и неопределенные. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
8. Теорема Кронекера-Капелли. Теорема о существовании нетривиального решения однородной системы. Фундаментальная система решений. Общее решение системы линейных уравнений.
9. Линейные операции над векторами: сложение векторов и умножение вектора на число. Свойства линейных операций.
10. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам на плоскости и по трем некомпланарным векторам в пространстве. Понятие базиса.
11. Скалярное произведение векторов, его свойства. Координатная форма (с выводом). Проекция вектора на ось (проекция вектора на вектор).
12. Векторное произведение векторов. Геометрические и алгебраические свойства векторного произведения. Вывод координатной формы векторного произведения.

13. Смешанное произведение векторов, его свойства, координатная форма и геометрический смысл (с доказательством).
14. Виды уравнений прямой на плоскости. Общее уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом, каноническое и параметрическое уравнения. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости для различных видов уравнений.
15. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку, перпендикулярно заданному вектору. Уравнение плоскости по трем точкам. Взаимное расположение двух плоскостей. Угол между плоскостями.
16. Прямая в пространстве. Канонические и параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой, проходящей через две различные точки. Прямая как линия пересечения плоскостей.
17. Взаимное расположение двух прямых. Расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми.
18. Прямая и плоскости в пространстве, их взаимное расположение. Расстояние от точки до плоскости.
19. Кривая второго порядка на плоскости: определение и общее уравнение. Геометрические определения эллипса, гиперболы и параболы. Вывод их канонических уравнений. Построение графиков по заданным каноническим уравнениям. Фокусы, эксцентриситет, асимптоты и директрисы эллипса, гиперболы и параболы.
20. Поверхности второго порядка в пространстве и их канонические уравнения: эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды, конусы, цилиндрические поверхности.
21. Определение комплексных чисел в алгебраической форме. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Возведение в целую степень и извлечение корня натуральной степени из комплексного числа. Формула Муавра.
22. Определение многочлена. Сложение, умножение на число и перемножение многочленов. Алгоритм Евклида деления многочлена на многочлен, целая часть, дробная часть и остаток от деления. Теорема Безу. Корни многочлена и их кратность. Основная теорема алгебры многочленов. Разложение многочленов на множители.