МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ
РАДИОТЕХНИКИ, ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ
(ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Для студентов очного обучения
факультетов Электроники, ИТ и РТС

МОСКВА 2011

Составители: А.Ф.Золотухина, О.А.Малыгина, Е.С. Мироненко, Т.А. Морозова, О.Э. Немировская-Дутчак, Э.В. Переходцева, И.Н. Руденская, Л.И. Таланова, Н.С. Чекалкин

Редактор Г.Г.Магарил-Ильяев

Контрольные задания, разработанные кафедрой высшей математики 2 МИРЭА, содержат типовой расчет по теории вероятностей. Включены все основные типы задач по темам: случайные события, случайные величины, функции случайных величин, многомерные случайные величины и математическая статистика, входящие в программу II курса дневного отделения. Типовой расчет выполняется студентами в письменном виде и сдается преподавателю до начала зачетной сессии. Приведенные в пособии вопросы к экзамену могут быть уточнены и дополнены лектором.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета университета.

Рецензенты: К.Ю.Осипенко
В.П.Барашев

Контрольные задания напечатаны в авторской редакции

Подписано в печать 17.02.2011. Формат 60х84 1/16.
Усл. печ. л. 3,72. Усл. кр.-отт. 14,88. Уч.-изд. л. 4,0
Тираж 100 экз. С 82

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Московский государственный институт радиотехники,
электроники и автоматики (технический университет)"
119454, Москва, пр. Вернадского, 78

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ

ЧАСТЬ 1. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ

Задача 1.1.

1. В урне 8 белых, 10 черных и 12 красных шаров. Случайным образом вынимают три шара. Какова вероятность того, что среди выбранных шаров : а) 1 белый, 1 черный и 1 красный шар; б) хотя бы один белый шар.

2. В урне 6 белых, 9 черных и 13 красных шаров. Наугад вынимают четыре шара. Найти вероятность того, что: а) среди них 1 красный, 1 черный и 2 белых; б) среди выбранных шаров – хотя бы один красный.

3. В коробке 20 деталей. Из них 10 – стандартные, 6 – отличного качества и 4 – бракованные. Наугад взяли 5 деталей. Какова вероятность того, что среди этих пяти: а) одна бракованная и одна отличного качества; б) только стандартные детали.

4. В коробке 25 деталей. Из них 15 – стандартные, 6 – отличного качества и 4 –бракованные. Случайным образом взяли 6 деталей. Какова вероятность того, что среди этих шести деталей: а) 2 стандартные и 2 отличного качества; б) хотя бы 2 детали отличного качества.

5. Студент знает 10 вопросов из 22. В билете 3 вопроса. Чтобы сдать экзамен, надо ответить хотя бы на два любых вопроса. Какова вероятность того, что: а) студент сдаст экзамен; б) не сдаст.

6. Из 15 лотерейных билетов – 5 выигрышных, причем 1 из них выигрывает главный приз. Наудачу купили 4 билета. Найти вероятность того, что среди купленных билетов: а) нет выигрышных; б) 2 выигрышных, причем один из них выигрывает главный приз.

7. Из 22 лотерейных билетов – 6 выигрышных. По трем билетам выигрыш -100 руб., по двум – 1тыс. руб., и один билет дает выигрыш в 5 тыс. руб. Наудачу купили 5 билетов. Найти вероятность того, что: а) все билеты выиграли; б) 2 билета выиграли 100 руб., один – 1 тыс. руб. и остальные без выигрыша.

8. В группе учится 18 человек. Среди них – 3 отличника, 7 хорошистов и 8 человек учится посредственно. Комиссия случайным образом выбрала для тестирования трёх человек. Найти вероятность того, что среди них окажутся: а) только хорошисты и отличники; б) хотя бы один отличник.

9. Из 20 вопросов студент знает 10 хорошо, 7 посредственно и 3 совсем не знает. В билете 4 вопроса. Найти вероятность того, что: а) 2 из них студент не знает и 1 знает хорошо; б) хотя бы два вопроса знает.

10. На полке находятся 12 сборников стихов. В 3-х из них содержится нужное ученику стихотворение. Ученик взял 4 книги. Найти вероятность того, что он : а) нашел нужное стихотворение; б) нужное стихотворение нашлось только в одной из взятых книг.

11. В магазине 20 калькуляторов трех разных производителей: А, В и С, причем производства компании А-7 шт., В -8 шт., и С-5 шт. Наугад куплено пять калькуляторов. Найти вероятность того, что : а) все купленные калькуляторы произведены компаниями А или В; б) среди купленных хотя бы два произведены компанией С.

12. В корзине сидят 9 котят: 3 черных, 3 рыжих, 2 белых и 1 серый. Наугад взяли трех котят. Найти вероятность того, что взяли: а) черного, белого и рыжего котенка; б) хотя бы одного черного.

13. В коробке находится 18 ручек: 10 синих, 4 красных и 4 черных. Наугад взяли 5 ручек. Найти вероятность того, что среди взятых ручек: а) две красные и одна синяя; б) хотя бы одна красная.

14. В коробке находится 15 игрушек: 8 кукол, 5 мишек и 2 машинки. Наугад взяли 5 игрушек. Какова вероятность того, что среди выбранных игрушек: а) одна кукла и одна машинка; б) нет мишек.

15. В коробке находится 12 игрушек: 7 кукол, 3 мишки и 2 машинки. Наугад взяли 4 игрушки. Какова вероятность того, что среди выбранных игрушек: а) хотя бы одна машинка; б) 2 куклы, 1 мишка и одна машинка.

16. В коробке находится 16 кубиков: красные, желтые, си-

ние, зеленые, по четыре штуки каждого цвета. Наугад взяли 4 кубика. Найти вероятность того, что: а) они разного цвета; б) среди них нет зеленых.

17. В группе учится 20 человек. Среди них – 4 отличника, 8 хорошистов и 8 человек учится посредственно. Комиссия случайным образом выбрала для тестирования 5 человек. Найти вероятность того, что среди них: а) 2 отличника и 2 хорошиста; б) хотя бы один студент, учащийся посредственно.

18. Из 25 вопросов студент знает 10 хорошо, 10 посредственно и 5 совсем не знает. В билете 3 вопроса. Найти вероятность того, что студент: а) 1 вопрос знает хорошо и 2 посредственно; б) хотя бы один вопрос знает хорошо.

19. Из десяти цифр наугад выбирают три. Найти вероятность того что среди них: а) одна – меньше 2-х, одна - от 2 до 6 включительно, а одна - больше 6; б) хотя бы одна из этих цифр больше 5.

20. Из 5 астр, 5 пионов и 7 георгинов случайным образом выбирают для букета 7 цветков. Какова вероятность того, что в букете будет: а) 3 астры, 2 георгина и 2 пиона; б) хотя бы один пион.

21. В корзине лежат фрукты: 7 груш, 5 яблок и 3 апельсина. Берут наугад 4 фрукта. Найти вероятность того, что: а) это – 2 яблока, 1 груша и 1 апельсин; б) взяли хотя бы один апельсин.

22. В киоске продается печенье трех разных сортов: I сорта - 10 пачек, II сорта – 8 пачек и III сорта – 7 пачек. Наугад купили 6 пачек. Найти вероятность того, что купили а) по 2 пачки каждого сорта; б) хотя бы одну пачку 3 сорта.

23. В коробке 24 изделия: 10 – первого сорта, 8 -второго и 6 -третьего. Случайным образом взяли 5 штук. Найти вероятность того, что среди выбранных изделий: а) 2 первого сорта, 2 второго и 1 третьего; б) не менее двух изделий первого сорта.

24. В вазе 24 карамельные конфеты: клубничные, черничные и малиновые (количество конфет каждого вида одинаковое). Наугад взяли 12 штук. Найти вероятность того, что среди выбранных конфет: а) по четыре конфеты разного вида; б) среди выбранных конфет хотя бы 2 малиновые.

25. Из колоды 36 карт случайным образом выбирают 6. Найти вероятность того, что среди них: а) 3 пики, 2 черви и одна карта кресті; б) хотя бы одна карта бубновая.

26. Из колоды в 36 карт случайным образом выбирают 7 карт. Найти вероятность, что среди них оказалось: а) две дамы и два короля; б) хотя бы одна дама.

27. Из колоды в 54 карт выбирают 3. Найти вероятность того, что: а) карты - тройка, семерка, туз; б) среди этих трех карт будет дама пик.

28. На полке находятся 12 пакетов с соком: 4 апельсиновых, 5 яблочных, 2 ананасовых и один персиковый. Случайным образом берут 3 пакета. Найти вероятность того, что: а) взяли три разных сока; б) среди взятых соков хотя бы один апельсиновый.

29. В коробке лежат мячики: 5 красных, 4 желтых; 3 синих и 2 зеленых. Дети взяли наугад 5 мячей. Найти вероятность, того что среди них: а) нет ни одного синего мяча; б) два красных, два синих и один желтый.

30. В коробке 18 конфет : 6 – с шоколадной начинкой, 6 - с фруктовой и 6 - без начинки. Наугад берут 5 конфет. Найти вероятность того, что среди взятых конфет: а) две с шоколадной начинкой, одна с фруктовой и две без начинки; б) хотя бы одна с шоколадной начинкой.

Задача 1.2.

1. В круг наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг правильного треугольника.

2. В прямой круговой цилиндр с радиусом основания R и высотой 3R наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка окажется вне вписанного в цилиндр прямоугольного параллелепипеда.

3. На комплексной плоскости в квадрат $|\operatorname{Re}Z| \le 1$, $|\operatorname{Im}Z| \le 1$ наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что $\operatorname{Im}Z \le \operatorname{Re}Z$.

4. Найти вероятность того, что сумма двух положительных чисел, каждое из которых меньше 1, будет больше единицы, а

сумма их квадратов меньше единицы?

5. В шар наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка попадет внутрь куба, вписанного в шар.

6. От станции метро до института ходит маршрутка. Каждое утро в интервал времени с 8:30 до 8:45 водитель маршрутки подъезжает к остановке, в течение 2-х минут производит посадку и следует по маршруту. Студент Умников в тот же интервал времени выходит из метро, ждет маршрутку в течение 5 минут и, если маршрутки нет, идет в институт пешком. Какова вероятность того, что сегодня Умников приехал в институт на маршрутке?

7. В круг наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг квадрата.

8. На комплексной плоскости в область $|\mathrm{Re}Z|+|\mathrm{Im}Z| \le \sqrt{2}$ наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что $(\mathrm{Re}Z)^2+(\mathrm{Im}Z)^2 \le 1$.

9. Два человека прилетают в один аэропорт. Время прилета обоих равновозможно в течение часа. Какова вероятность встречи этих людей, если каждый из них ожидает выдачи багажа 20 минут (в одном и том же месте)?

10. В прямой круговой цилиндр с радиусом основания R и высотой 2R наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка не попадет внутрь вписанного в цилиндр шара.

11. В правильный треугольник наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в треугольник круга.

12. Миша и Маша договорились встречаться в получасовой обеденный перерыв в студенческом кафе. Первый пришедший занимает очередь, которая проходит за 10 минут, покупает пищу и уходит. Какова вероятность того, что Миша и Маша встретятся в кафе?

13. В круг наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг правильного 6-угольника.

14. На комплексную плоскость в круг $|Z| \le R$ наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что $|Z+i| \le |Z+1|$.

15. На отрезке AB длины L числовой оси OX наудачу поставлена точка C(x). Найти вероятность того, что меньший из отрезков AC и CB имеет длину, большую L/3.

16. В прямой круговой цилиндр с радиусом основания R и высотой 2R наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка попадет внутрь вписанного в цилиндр шара.

17. В круг наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг прямоугольного треугольника, один из углов которого 30^0.

18. На комплексной плоскости в область $|ReZ|+|ImZ|\leq 1$ наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что $|Z-1|\leq 1$.

19. В прямой круговой цилиндр с радиусом основания R и высотой R наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка попадет внутрь вписанного в цилиндр конуса.

20. В прямоугольник со сторонами 2 и 3 случайным образом брошена точка, положение которой равновозможно в любом месте прямоугольника. Какова вероятность того, что расстояние от неё до выделенной вершины прямоугольника не больше 2?

21. В куб наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка попадет внутрь вписанного в куб шара.

22. В круг наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг равнобедренного прямоугольного треугольника.

23. Два студента в обеденный перерыв (45 мин.) приходят в книжный магазин. Найти вероятность того, что они встретятся, если каждый из них выбирает нужную книгу в течение 15 минут.

24. В куб наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка окажется вне вписанного в куб шара.

25. В круг наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка окажется вне вписанного в круг правильного треугольника.

26. В прямой круговой цилиндр с радиусом основания R и высотой 3R наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в цилиндр прямоугольного параллелепипеда.

27. В правильный 6-угольник наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в 6-угольник круга.

28. В круг наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка окажется вне вписанного в круг правильного 6-угольнильника.

29. В куб наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка попадет внутрь вписанного в куб кругового цилиндра.

30. В круг наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг прямоугольника, одна из сторон которого равна радиусу круга.

Задача 1.3.

Надежность схемы – вероятность ее работы за время t.

p - надежность элемента; q - вероятность отказа элемента.

Элементы выходят из строя независимо друг от друга.

Варианты 1, 8, 15, 22 (рис.1).

1. $p_{\circ} = 0,8$ $p_{\square} = 0,9$. Найти надежность схемы.
8. $q_{\circ} = 0,1$ $q_{\square} = 0,2$. Найти надежность схемы.

15. $p_{\circ} = 0,9$ $p_{\square} = 0,7$. Найти вероятность отказа схемы.

22. $q_{\circ} = 0,2$ $q_{\square} = 0,1$. Найти вероятность отказа схемы.

Варианты 2, 9, 16, 23 (рис.2)

2. $p_{\circ} = 0,8$ $p_{\square} = 0,9$. Найти надежность схемы.
9. $q_{\circ} = 0,1$ $q_{\square} = 0,2$. Найти надежность схемы.

16. $p_{\circ} = 0,9$ $p_{\square} = 0,7$. Найти вероятность отказа схемы.

23. $q_{\circ} = 0,2$ $q_{\square} = 0,1$. Найти вероятность отказа схемы.

Варианты 3, 10, 17, 24 (рис.3).

3. $p_{\circ} = 0,8$ $p_{\square} = 0,9$. Найти надежность схемы.
10. $q_{\circ} = 0,1$ $q_{\square} = 0,2$. Найти надежность схемы.

17. p○ = 0,9 p □ = 0,7 . Найти вероятность отказа схемы.

24. q ○= 0,2 q □ = 0,1. Найти вероятность отказа схемы.

Варианты 4, 11, 18, 25 (рис.4).

4. p○ = 0,8 p □ = 0,9 . Найти надежность схемы.
11. q ○= 0,1 q □ = 0,2 . Найти надежность схемы.

18. p○ = 0,9 p □ = 0,7 . Найти вероятность отказа схемы.

25. q ○= 0,2 q □ = 0,1. Найти вероятность отказа схемы.

Варианты 5, 12, 19, 26 (рис.5).

5. p○ = 0,8 p □ = 0,9 . Найти надежность схемы.
12. q ○= 0,1 q □ = 0,2 . Найти надежность схемы.

19. p○ = 0,9 p □ = 0,7 . Найти вероятность отказа схемы.

26. q ○= 0,2 q □ = 0,1. Найти вероятность отказа схемы.

Варианты 6, 13, 20, 27 (рис.6).

6. p○ = 0,8 p □ = 0,9 . Найти надежность схемы.
13. q ○= 0,1 q □ = 0,2 . Найти надежность схемы.

20. p○ = 0,9 p □ = 0,7 . Найти вероятность отказа схемы.

27. q ○= 0,2 q □ = 0,1. Найти вероятность отказа схемы.

Варианты 7, 14, 21, 28 (рис.7).
7. p○ = 0,8 p □ = 0,9 . Найти надежность схемы.
14. q ○= 0,1 q □ = 0,2 . Найти надежность схемы.

21. p○ = 0,9 p □ = 0,7 . Найти вероятность отказа схемы.

28. q ○= 0,2 q □ = 0,1. Найти вероятность отказа схемы.

Варианты 29, 30 (рис.8).

29. p ○ = 0,9 p□ = 0,7 . Найти вероятность отказа схемы.

30. q○ = 0,2 q □ = 0,1. Найти вероятность отказа схемы.

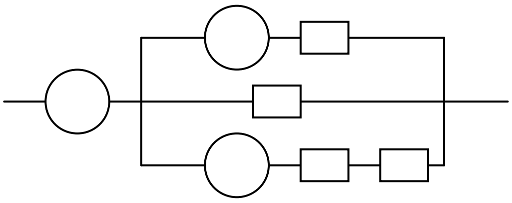


Рис. 1

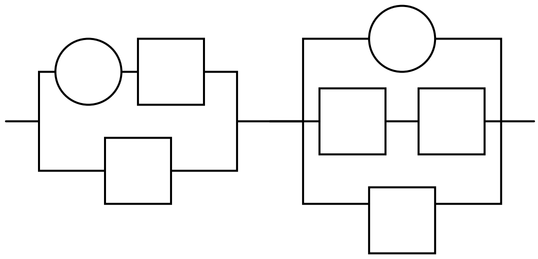


Рис.2

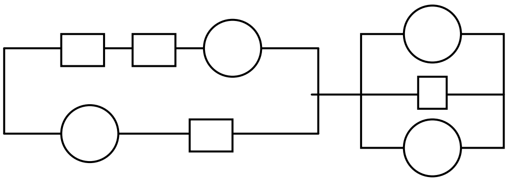


Рис. 3

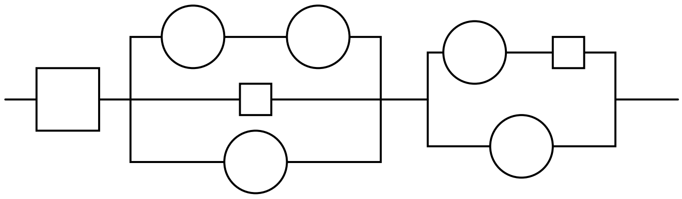


Рис. 4

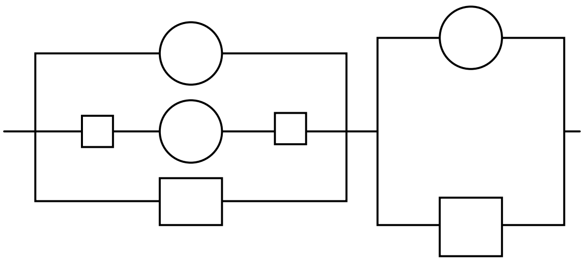


Рис. 5

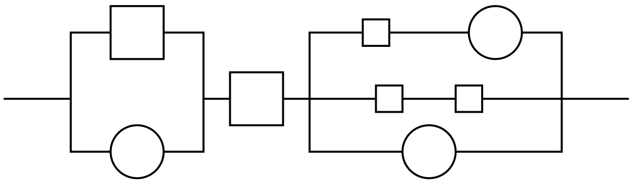


Рис. 6

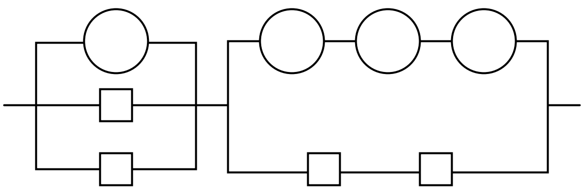


Рис. 7

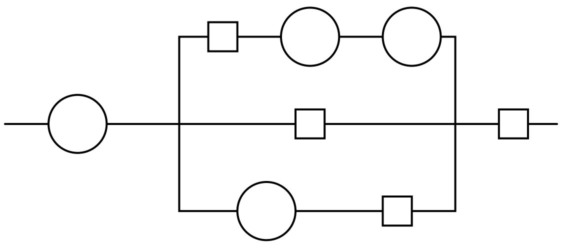


Рис. 8

Задача 1.4.

Все вероятности вычислять с точностью не ниже 10^{-3} (три знака после запятой).

Варианты 1, 16. Вероятность попасть в корзину для первого баскетболиста равна P_1, а для второго – P_2, для третьего – P_3. Все баскетболисты делают по одному броску, затем каждый из них бросает еще раз, если при первом броске он промахнулся. Найти вероятность того, что мяч окажется в корзине а) ровно N раз, б) не более M раз.

№ вар.	P_1	P_2	P_3	N	M
1	0.7	0.8	0.9	3	2
16	0.6	0.5	0.7	1	1

Варианты 2, 17. При нажатии на кнопку «пуск» станок начинает работать с вероятностью P. Найти вероятность того, что а) станок начнет работать при N-ном нажатии; б) для запуска станка придется нажать кнопку «пуск» не более N раз; в) для запуска станка придется нажать не менее M раз.

№ вар.	P	N	M
2	0.6	3	5
17	0.8	2	6

Варианты 3, 18. Причиной разрыва (прекращения работы) электрической цепи служит выход из строя или элемента K или одновременный выход из строя двух элементов L и M, или одновременный выход из строя трех элементов N, P и Q. Элементы выходят из строя независимо друг от друга с вероятностями, равными P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6 , соответственно. Какова вероятность разрыва электрической цепи?

№ вар.	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
3	0.1	0.2	0.3	0.4	0.2	0.1
18	0.3	0.5	0.2	0.1	0.1	0.2

Варианты 4, 19. Производительности трех станков, обрабатывающих одинаковые детали, относятся как 4:5:6. Станки одновременно работали в течение часа. Из полученной партии деталей, изготовленных на трех станках, взяли наудачу N деталей (количество деталей в партии много больше числа взятых). Найти вероятность того, что: а) M из них обработаны на станке номер L; б) все взятые детали обработаны на одном и том же станке.

№ вар.	N	M	L
4	3	2	2
19	4	3	3

Варианты 5, 20. В урне N белых, M черных и L красных шаров. Из урны в случайном порядке один за другим вынимают все шары. Найти вероятность того, что а) вторым по порядку будет красный шар; б) среди первых Q шаров не будет белого.

№ вар.	N	M	L	Q
5	6	7	7	3
20	4	9	7	4

Варианты 6, 21. Электронное устройство содержит 3 независимо работающих элемента, отключение каждого из которых приводит к отказу устройства. Вероятности безотказной работы элементов за цикл равны P_1, P_2 и P_3, соответственно. Для повышения надежности каждый элемент дублируется другим элементом с вероятностью безотказной работы P_4. Во сколько раз увеличилась вероятность безотказной работы устройства?

№ вар.	P_1	P_2	P_3	P_4
6	0.6	0.5	0.7	0.5
21	0.3	0.4	0.6	0.7

Варианты 7, 22. Ведется стрельба по самолету. Для того, чтобы поразить самолет, достаточно попасть или в кабину пилота или одновременно в оба двигателя. Вероятность попадания в 1-й двигатель равна P_1, во 2-й двигатель – P_2, вероятность попасть в кабину пилота равна P_3. Найти вероятность того, что самолет будет поражен: а) при одном выстреле, б) при двух выстрелах.

№ вар.	P_1	P_2	P_3
7	0.3	0.1	0.4
22	0.2	0.3	0.4

Варианты 8, 23. Ведется стрельба по самолету. Для того, чтобы поразить самолет, достаточно попасть либо в один из N баков с горючим двумя снарядами, либо в два соседних бака. Баки с горючим расположены в фюзеляже один за другим. Найти вероятность того, что самолет будет поражен, если в область баков попало: а) два снаряда, б) M снарядов.

№ вар.	N	M
8	6	3
23	8	3

Варианты 9, 24. Команда К1 в первый день соревнований поочередно играет с командами К2 и К3 и так же во второй день. Вероятности выигрыша первого матча для К2 и К3 равны P_1 и P_2, соответственно, вероятность выиграть во втором матче для К2 равна P_3, для К3 равна P_4. Найти вероятность того, что из команд К2 и К3 первой выиграет команда К2. Найти вероятность того, что команда К1 выиграет ровно два раза.

№ вар.	P_1	P_2	P_3	P_4
9	0.2	0.1	0.3	0.4
24	0.3	0.4	0.1	0.2

Варианты 10, 25. Турнир по стрельбе между игроками И1 и И2 проходит следующим образом: первым стреляет игрок И1 и попадает в мишень с вероятностью P_1. Если И1 не попал, стреляет игрок И2, который может попасть с вероятностью P_2. Если И2 не попал, игрок И1 стреляет второй раз и т. д., но всего производится не более четырех выстрелов. После 1-го попадания турнир прекращается, выигрывает попавший игрок. Найти вероятность того, что: а) выиграет игрок И1; б) выиграет игрок И2.

№ вар.	P_1	P_2
10	0.3	0.5
25	0.7	0.9

Варианты 11, 26. В первой урне лежат N_1 белых, M_1 черных и L_1 красных шаров, во второй урне - N_2 белых, M_2 черных и L_2 красных, в третьей – N_3 белых, M_3 черных и L_3 красных. Из каждой урны наугад вынимают по одному шару. Какова вероятность того, что: а) все вынутые шары окажутся одного цвета; б) ровно два шара окажутся красными?

№ вар.	N_1	M_1	L_1	N_2	M_2	L_2	N_3	M_3	L_3
11	5	11	8	10	8	6	2	7	3
26	16	7	9	8	11	3	4	5	7

Варианты 12, 27. Мишень состоит из круга №1 и двух концентрических колец с номерами 2 и 3. Попадание в круг №1 дает N очков, в кольцо №2 дает M очков, в кольцо №3 дает L очко. Вероятности попадания в круг №1, кольцо №2 и кольцо №3 соответственно равны P_1, P_2, P_3. Какова вероятность того, что сумма полученных в результате трех попаданий очков а) меньше Q, б) отрицательна?

№ вар.	N	M	L	P_1	P_2	P_3	Q
12	10	5	- 6	0.2	0.3	0.5	14
27	5	2	-3	0.1	0.3	0.6	6

Варианты 13, 28. Последовательно бросают N игральных костей. Найти вероятность того, что: а) 6 очков выпадет хотя бы на 1 кости; б) сумма выпавших очков на 1-й и 2-й кости будет равна M, и сумма выпавших очков на 2-й и 3-й костях будет равна L.

№ вар.	N	M	L
13	3	4	8
28	4	3	6

Варианты 14, 29. Студент из N билетов выучил всего M билетов. В каком случае вероятность взять «хороший» билет больше – если он берет билет первым, или если он берет билет вторым? С какой вероятностью из L взятых наугад билетов хотя бы один будет хороший?

№ вар.	N	M	L
14	25	5	3
29	30	6	4

Варианты 15, 30. Контролер ОТК, проверив качество N изделий, установил, что M из них – высшего сорта, L – первого сорта и Q –

второго сорта. Найти вероятность того, что среди трех изделий, взятых наудачу из этой партии: а) одно будет высшего сорта, б) не будет изделий второго сорта.

№ вар.	N	M	L	Q
15	40	15	20	5
30	50	20	20	10

Задача 1.5.

1. На сборку поступают однотипные изделия из трех цехов. Вероятности изготовления бракованного изделия первым, вторым и третьим цехами равны 0,03; 0,01; 0,02, соответственно. Все поступающие на сборку изделия складываются вместе. Из первого цеха поступает в два раза больше изделий, чем из второго, а из третьего в три раза меньше, чем из второго.

a) Найти вероятность того, что взятое наугад изделие окажется бракованным.

b) Взятое наугад изделие оказалось бракованным. Найти вероятность того, что оно изготовлено в третьем цехе.

2. В группе спортсменов 10 лыжников, 4 сноубордиста и 6 бобслеистов. Вероятность выполнить квалификационную норму для лыжника равна 0,85, для сноубордиста - 0,7, для бобслеиста - 0,9.

a) Найти вероятность того, что выбранный наудачу спортсмен выполнит норму.

b) Случайно выбранный спортсмен выполнил квалификационную норму. Найти вероятность того, что этот спортсмен – лыжник.

3. Имеются три урны. В первой из них 6 белых и 5 черных шаров, во второй урне 5 белых и 3 черных шара, а в третьей – 7 белых и 4 черных шара. Наугад выбирают одну из урн и вынимают из нее шар.

a) Найти вероятность того, что этот шар белый.

b) Наудачу выбранный шар оказался белым. Найти вероятность того, что этот шар из второй урны.

4. Пассажир покупает билет. Он может обратиться в одну из трех касс. Вероятность обращения в первую кассу равна 0,5, во вторую - 0,35 и в третью - 0,15. Вероятность того, что к приходу пассажира имеющиеся в кассе билеты будут проданы, равна для первой кассы - 0,4, для второй - 0,3, третьей - 0,7.

a) Найти вероятность того, что пассажир купит билет.

b) Пассажир купил билет. Найти вероятность того, что пассажир купил его во второй кассе.

5. Три станка, производительности которых относятся как 5:3:2, выпускают одинаковые детали, при этом первый станок дает 70% деталей высшего сорта, второй – 50%, третий – 60%.

a) Найти вероятность того, что наугад взятая деталь будет высшего сорта.

b) Взятая наудачу деталь оказалась высшего сорта. Найти вероятность того, что она изготовлена на третьем станке.

6. В магазин поступают магнитофоны с трех заводов. Производительность первого в два раза меньше производительности второго, а третьего – в три раза больше первого. Вероятности того, что магнитофон выдержит гарантийный срок, соответственно равны 0,9; 0,93; 0,95.

a) Найти вероятность того, что купленный магнитофон выдержит гарантийный срок.

b) Случайно выбранный магнитофон выдержал гарантийный срок. Найти вероятность того, что магнитофон изготовлен на первом заводе.

7. Игрок может выбрать наугад один из трех лабиринтов. Известно, что вероятности его выхода из различных лабиринтов за 5 минут равны соответственно 0,5; 0,6; 0,3.

a) Найти вероятность того, что игрок выйдет из любого лабиринта за 5 минут.

b) Игрок вышел из лабиринта. Найти вероятность того, что игрок выбрал второй лабиринт.

8. На сборку поступают детали с трех станков. Со второго станка поступает в два раза больше, чем с первого, а с третьего - в три раза больше, чем с первого. Первый станок дает 2% брака,

второй – 1,5% и третий – 2,5% брака.

a) Найти вероятность того, что взятая наугад деталь окажется годной.

b) Взятая наугад деталь оказалась годной. Найти вероятность того, что деталь изготовлена на третьем станке.

9. В первой и во второй группах одинаковое число студентов, а в третьей в два раза больше, чем во второй. Количество отличников составляет 10% в первой, 7% во второй и 5% в третьей группе.

a) Найти вероятность того, что случайно вызванный студент – отличник.

b) Случайно вызванный студент отказался отличником. найти вероятность того, что он учится во второй группе.

10. С первого завода на сборку поступило 500, со второго – 1000 и с третьего – 1500 лампочек. Вероятности выпуска бракованных лампочек этими заводами равны соответственно 0,03; 0,02 и 0,01.

a) Найти вероятность того, что взятая наугад лампочка окажется бракованной.

b) Взятая наугад лампочка оказалась бракованной. Найти вероятность того, что лампочка изготовлена на первом заводе.

11. Рабочий обслуживает три станка, на которых обрабатываются однотипные болты. Вероятность брака для первого станка равна 0,02, для второго – 0,01, для третьего – 0,03. Обработанные детали складываются в один ящик. Производительности станков относятся как 5:3:2.

a) Найти вероятность того, что взятая наугад деталь будет бракованная.

b) Взятая наугад деталь оказалась бракованной. Найти вероятность того, что деталь изготовлена на втором заводе.

12. На фабрике изготавливают изделия определенного вида на трех поточных линиях. На первой линии производят 55% изделий, на второй – 35%, на третьей – остальную часть продукции. Каждая из линий характеризуется соответственно следующими процентами годности изделий: 98% , 97%. 94%.

a) Найти вероятность того, что наугад взятое изделие, выпущенное предприятием, окажется бракованным.

b) Взятое наугад изделие оказалось бракованным. Найти вероятность того, что изделие поступило с третьей линии.

13. В первом ящике содержится 20 деталей, из которых 15 стандартных, во втором – 30 деталей, из них 26 стандартных, в третьем – 10 деталей, из них 8 стандартных. Из случайно выбранного ящика наудачу взята деталь.

a) Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь стандартная.

b) Взятая наудачу деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что деталь взята из второго ящика.

14. Имеются три ящика с шарами. В первом ящике находятся 8 красных и 4 белых шара, во втором ящике - 8 красных и 2 белых, а в третьем – 2 красных и 5 белых шаров. Наудачу выбирается ящик и из него извлекается шар.

a) Найти вероятность того, что выбрали белый шар.

b) Выбран белый шар. Найти вероятность того, что шар извлечен из первого ящика.

15. Семена для посева поступают на ферму из трех семеноводческих хозяйств, причем первое и второе хозяйства присылают по 35% всех семян. Всхожесть семян из первого хозяйства - 95%, второго – 75%, а третьего – 90%.

a) Найти вероятность того, что наудачу взятое семя не взойдет.

b) Взятое наудачу семя не взошло. Найти вероятность того, что семя получено из второго хозяйства.

16. Некоторое изделие выпускается тремя заводами. При этом объем продукции второго завода в 3 раза превосходит объем продукции первого, а объем продукции третьего – в 2 раза больше, чем первого. Изделия, выпущенные заводами за одинаковый промежуток времени, перемешали и направили на продажу. Доля брака у первого завода составляет 2%, у второго - 1%, у третьего – 1.5%.

a) Найти вероятность того, что приобретенное изделие – бракованное.

b) Приобретенное изделие оказалось бракованным. Найти вероятность того, что оно произведено вторым заводом.

17. Группа спортсменов состоит из 11 бегунов, 5 велосипедистов и 4 теннисистов. Вероятность выполнить квалификационную норму для бегуна равна 0.8, для велосипедиста -0.9, для теннисиста – 0.75.

a) Найти вероятность того, что выбранный наудачу спортсмен выполнит норму.

b) Выбранный наудачу спортсмен выполнил норму. Найти вероятность того, что этот спортсмен – бегун.

18. Имеется три урны. В первой из них 7 белых и 3 черных шара, во второй урне - 2 белых и 6 черных шаров, а в третьей – 4 белых и 5 черных шаров. Наугад выбирают одну из урн и вынимают из нее шар.

a) Найти вероятность того, что взятый наугад шар черный.

b) Взятый наугад шар оказался черным. Найти вероятность того, что шар взят из второй урны.

19. Человек покупает билет на концерт. Он может обратиться в одну из трех касс. Вероятность обращения в первую кассу равна 0,6, во вторую - 0,25 и третью - 0,15. Вероятность того, что к приходу пассажира имеющиеся в кассе билеты будут проданы, равна для первой кассы - 0,3, для второй - 0,5, третьей - 0,7.

a) Найти вероятность того, что человек купит билет.

b) Человек купил билет. Найти вероятность того, что он купил билет в третьей кассе.

20. Три станка, производительности которых относятся как 1:2:3, выпускают одинаковые детали, при этом первый станок дает 80% деталей высшего сорта, второй – 65%, третий – 50%.

a) Найти вероятность того, что наугад взятая деталь будет высшего сорта.

b) Взятая наугад деталь оказалась высшего сорта. Найти вероятность того, что деталь изготовлена на втором станке.

21. В магазин поступают электрические чайники с трех заводов. Производительность первого в три раза больше производительности второго, а третьего – в два раза меньше первого. Вероятности того, что чайник выдержит гарантийный срок, соот-

ветственно равны 0,95; 0,96; 0,91.

a) Найти вероятность того, что купленный чайник выдержит гарантийный срок.

b) Чайник выдержал гарантийный срок. Найти вероятность того, что этот чайник изготовлен на втором заводе.

22. Игрок может выбрать наугад один из трех лабиринтов. Известно, что вероятности его выхода из различных лабиринтов за 3 минуты равны соответственно 0,7; 0,4; 0,65.

a) Найти вероятность того, что игрок выйдет из лабиринта за 3 минуты.

b) Человек вышел из лабиринта. Найти вероятность того, что он выбрал третий лабиринт.

23. Однотипные приборы выпускаются тремя заводами в количественном отношении 4:3:2, причем вероятности брака для этих заводов соответственно равны 1%, 2%, 1.5%. Институт приобрел прибор.

a) Найти вероятность того, что приобретенный прибор – бракованный.

b) Прибор оказался бракованным. Найти вероятность того, что прибор произведен на первом заводе.

24. В первой и в третьей группах одинаковое число студентов, а во второй - в 1.5 раза меньше, чем в первой. Количество отличников составляет 9% в первой, 4% во второй и 6% в третьей группе.

a) Найти вероятность того, что случайно вызванный студент – отличник.

b) Случайно вызванный студент оказался отличником. Найти вероятность того, что студент учится в третьей группе.

25. Партия электрических лампочек изготовлена на 3 заводах. С первого завода поступило 1500, со второго – 2000 и с третьего – 1800 лампочек. Вероятности выпуска бракованных лампочек этими заводами равны соответственно 2%; 1% и 3%.

a) Найти вероятность того, что взятая наугад лампочка окажется бракованной.

b) Взятая наугад лампочка оказалась бракованной. Найти вероятность того, что лампочка изготовлена на втором заводе.

26. Рабочий обслуживает три станка, на которых обрабатываются однотипные болты. Вероятность брака для первого станка равна 0,015, для второго – 0,01, для третьего – 0,02. Обработанные детали складываются в один ящик. Производительности станков относятся как 3:2:5.

a) Найти вероятность того, что взятая наугад деталь будет годной.

b) Взятая наугад деталь оказалась годной. Найти вероятность того, что деталь изготовлена на третьем станке.

27. На фабрике изготавливают изделия определенного вида на трех поточных линиях. На первой линии производят 45% изделий, на третьей – 25%, на второй – остальную часть продукции. Каждая из линий характеризуется соответственно следующими процентами годности изделий 96% , 98%. 95%.

a) Найти вероятность того, что наугад взятое изделие окажется бракованным.

b) Взятое наугад изделие оказалось бракованным. Найти вероятность того, что изделие поступило со второй линии.

28. В первом ящике содержится 30 деталей, из которых 25 стандартных, во втором – 28 деталей, из них 25 стандартных, в третьем – 12 деталей, из них 7 стандартных. Из случайно выбранного ящика наудачу взята деталь.

a) Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь стандартная.

b) Взятая наудачу деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что деталь взята из первого ящика.

29. Семена для посева поступают на ферму из трех семеноводческих хозяйств, причем второе и третье хозяйства присылают по 30% всех семян. Всхожесть семян из первого хозяйства - 97%, второго – 90%, а третьего – 85%.

a) Найти вероятность того, что наудачу взятое семя взойдет.

b) Взятое наудачу семя взошло. Найти вероятность того, что семя получено из третьего хозяйства.

30. Имеются три ящика с шарами. В первом ящике находятся 5 синих и 3 красных шара, во втором ящике - 4 синих и 4

красных, а в третьем – 7 синих и 2 красных шара. Наудачу выбирается ящик и из него извлекается шар.

a) Найти вероятность того, что выбрали красный шар.

b) Выбран красный шар. Найти вероятность того, что шар извлечен из третьего ящика.

Задача 1.6.

По каждому варианту выполняются задачи a), в) и c), одна из которых решается с помощью формулы Бернулли, другая – по формуле Пуассона, а третья по теореме Муавра-Лапласа. Каждая задача включает в себя два подпункта.

Варианты 1, 11, 21.

Устройство состоит из n элементов с одинаковой надежностью p. (Надежность элемента – вероятность его работы за время t.) Элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что за время t :

1) выйдет из строя m элементов;
2) выйдет из строя более двух элементов.

Вар.	1a	1b	1c	11a	11b	11c	21a	21b	21c
n	12	50	500	1000	8	80	60	400	10
m	4	10	6	4	3	20	15	5	3
P	0,8	0,7	0,99	0,997	0,6	0,8	0,75	0,995	0,9

Варианты 2, 12, 22.

Вероятность попадания при одном выстреле из данного вида оружия равна p. Проводится серия из n выстрелов (независимых друг от друга). Найти вероятность того, что:

1) будет ровно m промахов;
2) будет хотя бы одно попадание.

Вар.	2a	2b	2c	12a	12b	12c	22a	22b	22c
N	100	80	7	9	120	100	90	11	200
M	95	50	3	2	112	35	20	4	190
P	0,1	0,4	0,6	0,7	0,05	0,6	0,75	0,6	0,03

Варианты 3, 13, 23.

Страховая компания проводит страхование N однотипных объектов. Вероятность наступления страхового случая для каждого из объектов (независимо от других) за время t равна p. Найти вероятность того, что за время t страховой случай:

1) не наступит;
2) наступит не менее двух раз.

Вар.	3a	3b	3c	13a	13b	13c	23a	23b	23c
N	9	90	300	100	10	500	1000	120	8
P	0,1	0,2	0,02	0,25	0,3	0,002	0,005	0,2	0,2

Варианты 4, 14, 24.

После изготовления n одинаковых деталей проходят проверку на соответствие качеству. Вероятность брака для каждой детали одинакова (независимо от других) и равна p. Найти вероятность то, что:

1) проверку успешно пройдут ровно m деталей;
2) будет менее двух бракованных деталей.

Вар.	4a	4b	4c	14a	14b	14c	24a	24b	24c
N	300	15	60	70	600	9	12	100	800
M	295	10	40	60	593	6	11	80	790
P	0,01	0,2	0,25	0,3	0,005	0,1	0,3	0,25	0,005

Варианты 5, 15, 25.

В урне находится k шаров, пронумерованных от 1 до k. Шар вынимают, запоминают номер и возвращают обратно в урну. Найти вероятность того, что при n извлечениях шар с определенным номером появится:

1) ровно m раз;
2) хотя бы два раза.

Вар.	5a	5b	5c	15a	15b	15c	25a	25b	25c
n	90	100	9	7	75	200	550	11	80
m	35	2	3	4	20	4	3	7	25
k	30	20	5	4	5	20	75	10	5

Варианты 6, 16, 26.

По линии связи передается n одинаковых сигналов. Вероятность искажения каждого сигнала равна р. Сигналы искажаются независимо друг от друга. Найти вероятность того, что:

1) ровно m сигналов передаются без искажения;
2) будет более одного искаженного сигнала.

Вар.	6a	6b	6c	16a	16b	16c	26a	26b	26c
n	10	120	400	800	9	100	80	1000	12
m	7	100	398	797	6	75	54	995	9
p	0,3	0,25	0,015	0,005	0,1	0,3	0,2	0,002	0,25

Варианты 7, 17, 27.

Вероятность появления выигрышной комбинации в каждом из розыгрышей одинакова и равна p. Выигрыши не зависят друг от друга. Найти вероятность выигрыша при n попытках:

1) ровно *m* раз;
2) хотя бы один раз.

Вар.	7a	7b	7c	17a	17b	17c	27a	27b	27c
N	800	13	120	9	80	600	90	1000	12
M	2	10	40	6	20	3	50	5	7
P	0,005	0,3	0,4	0,9	0,2	0,01	0,5	0,003	0,6

Варианты 8, 18, 28.

Телеграфная линия передает сообщение, состоящее из символов двух типов – «точки» и «тире». Символы передаются независимо друг от друга. Вероятность передачи «точки» - p, «тире» - (1-p). Найти вероятность того, что из n переданных символов:

1) будет ровно *m* тире;
2) будет более двух точек.

Вар.	8a	8b	8c	18a	18b	18c	28a	28b	28c
n	80	1000	14	500	8	100	11	90	200
m	50	996	5	497	6	50	7	10	192
p	0,25	0,006	0,6	0,01	0,3	0,4	0,4	0,9	0,02

Варианты 9, 19, 29.

В урне из n шаров k черных. Шар извлекают, смотрят цвет и возвращают в урну. Найти вероятность того, что при n извлечениях:

1) *m* раз появится не черный шар;
2) не менее двух раз появится черный шар.

Вар.	9a	9b	9c	19a	19b	19c	29a	29b	29c
n	10	75	100	100	200	15	500	8	90

m	2	30	96	55	190	5	495	3	75
k	3	50	2	40	1	3	3	2	10

Варианты 10, 20, 30.

Проводится N повторных независимых испытаний. Событие A появляется в каждом из испытаний с вероятностью *p*. Найти вероятность того, что событие A:

1) не появится;
2) появится менее трех раз.

Вар.	10a	10b	10c	20a	20b	20c	30a	30b	30c
N	1000	12	50	60	800	10	8	80	700
P	0,003	0,7	0,2	0,25	0,005	0,5	0,6	0,3	0,01

ЧАСТЬ 2. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Задача 2.1

Вариант 1, 11, 21.

Фёкла решила удивить своего бойфренда роскошным ужином и купила для этого в супермаркете пакет с картофелем. Картофель упаковывают по N штук в каждый пакет, причем M из них с тёмными пятнами внутри. Фёкла чистит K картофелин на ужин. Найдите ряд распределения случайной величины ξ числа испорченных картофелин среди очищенных, постройте график функции распределения, найдите $M\xi$, $D\xi$.

№ вар.	N	M	K
1	12	3	4
11	14	2	5
21	11	3	5

Вариант 2, 12, 22.

На переэкзаменовку по теории вероятностей явились 3 студента. Вероятность того, что первый сдаст экзамен, равна p_1, второй - p_2, третий - p_3. Найдите ряд распределения случайной величины ξ числа студентов, сдавших экзамен, постройте график функции распределения, найдите М ξ, Dξ.

№ вар.	p_1	p_2	p_3
2	0,8	0,7	0,9
12	0,5	0,9	0,8
22	0,6	0,7	0,8

Вариант 3, 13, 23.

Боб и Пит решили закидать неудачливого клоуна помидорами. Боб попадает в клоуна с вероятностью p_1, а Пит с вероятностью p_2. Найдите ряд распределения случайной величины ξ числа помидоров, разбившихся о костюм клоуна, если каждый из хулиганов запасся двумя помидорами, постройте график функции распределения, найдите М ξ, Dξ.

№ вар.	p_1	p_2
3	0,6	0,7
13	0,5	0,8
23	0,4	0,9

Вариант 4, 14, 24.

Спиридон, вместо того, чтобы купить грибы в супермаркете, насобирал грибов в лесу. Из N собранных подберезовиков K – ложных. Его жена Феврония сварила грибной супчик, выбрав из корзинки M грибов. Найдите ряд распределения случайной величины ξ числа ложных подберезовиков в супе, постройте график функции распределения, найдите М ξ, Dξ.

№ вар.	N	K	M
4	10	4	5
14	12	4	5
24	11	5	4

Вариант 5, 15, 25.

Красная Шапочка принесла Бабушке N пирожков с капустой и M с повидлом. Бабушка съела на ужин K пирожков. Найдите ряд распределения случайной величины ξ числа пирожков с повидлом, съеденных бабушкой перед сном, постройте график функции распределения, найдите M ξ, Dξ.

№ вар.	N	K	M
5	5	4	4
15	7	3	5
25	5	6	3

Вариант 6, 16, 26.

Два брата Умниковы перекусывают в студенческом буфете пиццей. Старший закапает свой свитер кетчупом с вероятностью p_1, а младший – с вероятностью p_2. Найдите ряд распределения случайной величины ξ числа свитеров, которые маме Умниковых придется вечером отстирывать, постройте график функции распределения, найдите M ξ, Dξ.

№ вар.	p_1	p_2
6	0,3	0,9
16	0,5	0,8
26	0,6	0,7

Вариант 7,17, 27.

Малыш подарил Карлсону на Рождество M банок с малиновым и N банок с клубничным вареньем. Карлсон немедленно съел 2 банки варенья, даже не прочитав этикетки. Найдите ряд распределения случайной величины ξ числа банок с клубничным вареньем, оставшихся на следующий день после Рождества, постройте график функции распределения, найдите M ξ, Dξ.

№ вар.	M	N
7	3	5
17	4	3
27	4	4

Вариант 8, 18, 28.

К чемпионату России по Диско-свингу танцевальная пара подготовила новый танец, в котором партнеры исполняют три поддержки. На первой, второй и третьей поддержках партнер роняет партнершу с вероятностями p_1, p_2 и p_3 соответственно. Найдите ряд распределения случайной величины ξ - числа жёстких приземлений партнерши на паркет, постройте график функции распределения, найдите M ξ, Dξ.

№ вар.	p_1	p_2	p_3
8	0,1	0,3	0,8
18	0,2	0,3	0,7
28	0,3	0,4	0,6

Вариант 9, 19, 29.

Любимый ученик всей школы №842 Герасим запасся пятью снарядами для рогатки и на большой перемене повел стрельбу по окнам учительской. Эта забава продолжается до первого попадания, после чего Герасима арестовывает завуч (уже не первый раз). Вероятность попадания в окно при одном выстреле равна p. Найдите ряд распределения случайной величины ξ числа снарядов, которые завуч отнимает у Герасима, постройте график функции распределения, найдите M ξ, Dξ.

№ вар.	p
9	0,3
19	0,5
29	0,4

Вариант 10, 20, 30.

На дне рождения Джейн тинейджеры затеяли любимую американскую игру: метание тортов в именинницу. Развлечение продолжается до первого попадания, т.к Джейн, измазанная тортом, убегает переодеваться, а гости съедают оставшиеся торты. Вероятность попадания торта в именинницу при каждом броске равна p. Найдите ряд распределения случайной величины ξ числа съеденных тортов, если родители Джейн заготовили к празднику M тортов, постройте график функции распределения, найдите M ξ, Dξ.

№ вар.	M	p
10	4	0,6
20	5	0,4
30	6	0,5

Задача 2.2.

Варианты 1-6.

Ведется стрельба по цели. ξ - случайная величина – число попаданий в цель.

А) Было произведено N1 независимых выстрелов с вероятностью попадания p1 при каждом выстреле. Составить ряд распределения случайной величины ξ. Найти математическое ожидание ξ, дисперсию ξ, вероятность того что будет не более M1 попаданий в цель.

Б) Было произведено N2 выстрелов с вероятностью попадания p2 при каждом выстреле. Найти математическое ожидание ξ, дисперсию ξ, вероятность того, что будет M2 попадания в цель.

N вар.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
N1	12	11	10	9	7	8
M1	10	9	8	1	2	1
p1	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	0.75
N2	250	300	350	400	450	550
M2	0	1	2	3	4	5
p2	0.01	0.02	0.03	0.03	0.02	0.01

Варианты 7-12.

Устройство содержит некоторое количество одинаково надежных элементов, которые могут отказывать независимо друг от друга с одинаковой вероятностью. ξ- случайная величина – число отказавших элементов.

А) Число элементов – N1, вероятность отказа каждого элемента - p1. Составить ряд распределения случайной величины ξ(в общем виде). Найти математическое ожидание ξ, дисперсию ξ. Какова вероятность того, что откажет более 2-х элементов?

Б) Число элементов – N2, вероятность отказа p2. Найти математическое ожидание ξ, дисперсию ξ. Какова вероятность того, что откажет хотя бы один элемент?

N вар.	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
N1	12	11	10	9	8	7
p1	0.1	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4
N2	1000	500	200	800	600	300
p2	0.003	0.01	0.005	0.02	0.001	0.01

Варианты 13-18.

При передаче сигнала возможно его искажение. ξ - независимая случайная величина – число искаженных сигналов.

А) Число сигналов N1, вероятность искажения сигнала p1. Составить ряд распределения случайной величины ξ. Найти математическое ожидание ξ, дисперсию ξ. Какова вероятность того, что будет искажено не более одного сигнала?

Б) Число сигналов N2, вероятность искажения сигнала p2. Найти математическое ожидание ξ, дисперсию ξ. Какова вероятность того, что будет искажено более 2-х сигналов?

N вар.	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
N1	12	11	10	9	8	7
p1	0.4	0.35	0.3	0.25	0.2	0.1
N2	100	200	500	200	600	1000
p2	0.01	0.03	0.02	0.01	0.008	0.005

Варианты 19-24.

Случайная величина ξ - число бракованных деталей в партии.

А) Число деталей N1, вероятность брака детали p1. Составить ряд распределения случайной величины ξ. Найти математическое ожидание ξ, дисперсию ξ. Какова вероятность того, что в партии будет не более двух бракованных деталей?

Б) Число деталей N2, вероятность брака детали p2. Найти математическое ожидание ξ, дисперсию ξ. Какова вероятность того, что в партии будет более одной бракованной детали?

N вар.	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**
N1	12	11	10	9	8	7
p1	0.1	0.2	0.3	0.3	0.2	0.1
N2	200	300	500	600	700	800
p2	0.01	0.02	0.03	0.03	0.006	0.005

Варианты 25-30. Производятся независимые испытания некоторого оборудования. Случайная величина ξ- число сбоев при испытании оборудования.

А) Пусть проводится N1 испытаний и вероятность сбоя оборудования при одном испытании p1. Составить ряд распределения случайной величины ξ. Найти математическое ожидание ξ, дисперсию ξ. Какова вероятность того, что в результате проведения испытаний будет M1 сбоев?

Б) Пусть число испытаний N2, вероятность сбоя в каждом испытании p2. Найти математическое ожидание ξ, дисперсию ξ. Какова вероятность того, что в процессе испытаний будет не более M2 сбоев?

N вар.	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
N1	13	12	11	10	9	8
M1	3	2	1	1	2	3
p1	0.3	0.2	0.1	0.1	0.15	0.25
N2	250	300	350	400	450	550
M2	2	1	3	3	1	2
p2	0.02	0.01	0.006	0.007	0.008	0.009

Задача 2.3.

Варианты 1 – 4.

Стрелок стреляет до первого появления события А, имея бесконечное число патронов. Для вариантов 1 и 2 событие А – промах стрелка, для вариантов 3 и 4 А – попадание стрелка. Вероятность попадания стрелка при каждом выстреле одинакова и равна 0,6 (вар.1) и 0,7 (вар.3). Вероятность промаха стрелка при каждом выстреле равна 0,2 (вар.2) и 0,1 (вар.4). Построить ряд распределения дискретной случайной величины ξ – числа произведенных выстрелов. Найти математическое ожидание и дисперсию ξ. Найти вероятность того, что будет произведено не менее пяти выстрелов.

Варианты 5 - 8.

Сообщение, состоящее из случайного набора точек и тире, передается до первого появления события А (может передаваться бесконечное число символов). Для вариантов 5 и 6 событие А – передача точки, для вариантов 7 и 8 А – передача тире. Вероятность передачи точки одинакова и равна 0.9 (вар.5) и 0,8 (вар.7). Вероятность передачи тире 0,2 (вар.6) и 0,3 (вар.8). Построить ряд распределения дискретной случайной величины ξ – числа переданных символов. Найти математическое ожидание и дисперсию ξ. Найти вероятность того, что будет передано менее четырех символов.

Варианты 9 - 12.

В урне находятся белые и черные шары. Из урны извлекается шар, фиксируется его цвет и шар возвращается в урну. Шар извлекается до первого появления события А (число извлечений неограниченно). Для вариантов 9 и 10 событие А – появление белого шара, для вариантов 11 и 12 А – появление черного шара. Варианты 9 и 11: в урне 4 белых и 6 черных шаров. Варианты 10 и 12: в урне 15 белых и 5 черных шаров. Построить ряд распределения дискретной случайной величины ξ – числа извлеченных шаров. Найти математическое ожидание и дисперсию ξ. Найти вероятность того, что извлекалось более четырех шаров.

Варианты 13 - 16.

Кубик бросают до первого появления события А(число бросков неограниченно). Для варианта 13 событие А – появление шестерки, для варианта 14 А – появление четного количества очков, для варианта 15 А – появление не меньше пятерки, для варианта 16 А – появления менее пятерки. Построить ряд распределения дискретной случайной величины ξ – числа произведенных бросков. Найти математическое ожидание и дисперсию ξ. Найти вероятность того, что будет произведено от двух до четырех (включительно) бросков.

Варианты 17 - 20.

Детали проверяют до первого появления бракованной. Количество деталей неограниченно. Вероятность брака для каждой детали одинакова и равна 0,3 (вар. 17); 0,2 (вар.18). Вероятность того, что деталь качественная, равна 0,6 (вар.19); 0,7 (вар.20). Построить ряд распределения дискретной случайной величины ξ – числа проверенных деталей. Найти математическое ожидание и дисперсию ξ. Найти вероятность того, что будет проверено более четырех деталей.

Задача 2.4

Дана функция распределения непрерывной случайной величины $F(x)$. Найти плотность распределения *f(x),* параметр А, вероятность попадания непрерывной случайной величины в интервал (α, β), математическое ожидание и дисперсию непрерывной случайной величины. Построить графики *f(x)* и $F(x)$.

1. $$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ A(4x-x^2), & x\in(0;\,2]\\ 1, & x>2\end{cases}\qquad \alpha=0,\quad \beta=1$$

2. $$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -\dfrac{\pi}{3}\\ A\sin 3x, & x\in(-\dfrac{\pi}{3};\,-\dfrac{\pi}{6}]\\ 1, & x>-\dfrac{\pi}{6}\end{cases}\qquad \alpha=-\frac{\pi}{3},\quad \beta=-\frac{\pi}{4}$$

3. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ A\,arctgx, & x\in(0;1]\\ 1, & x>1\end{cases}$ $\alpha = 0$, $\beta = \frac{\sqrt{3}}{3}$

4. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ A(x-1)^3, & x\in(1;3]\\ 1, & x>3\end{cases}$ $\alpha = 1$, $\beta = 2$

5. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le \frac{3\pi}{2}\\ A\cos\frac{x}{3}, & x\in(\frac{3\pi}{2};3\pi]\\ 1, & x>3\pi\end{cases}$ $\alpha = \frac{3\pi}{2}$, $\beta = \frac{9\pi}{4}$

6. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -2\\ A(x+2)^2, & x\in(-2;0]\\ 1, & x>0\end{cases}$ $\alpha = -1$, $\beta = 0$

7. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ A\sin\frac{x}{2}, & x\in(0;\pi]\\ 1, & x>\pi\end{cases}$ $\alpha = \frac{\pi}{6}$, $\beta = \pi$

8. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ A\arcsin x, & x\in(0;1]\\ 1, & x>1\end{cases}$ $\alpha = 0$, $\beta = \frac{1}{2}$

9. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ Ax^3, & x\in(0;2]\\ 1, & x>2\end{cases}$ $\alpha = 1$, $\beta = 2$

10. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -\frac{\pi}{4}\\ A\cos 2x, & x\in(-\frac{\pi}{4};0]\\ 1, & x>0\end{cases}$ $\alpha = -\frac{\pi}{4}$, $\beta = -\frac{\pi}{6}$

11. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ A(6x-x^2), & x\in(0;3]\\ 1, & x>3\end{cases}$ $\alpha = 0$, $\beta = 1$

12. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -\frac{\pi}{2}\\ A\sin 2x, & x\in(-\frac{\pi}{2};-\frac{\pi}{4}]\\ 1, & x>-\frac{\pi}{4}\end{cases}$ $\alpha = -\frac{\pi}{3}$, $\beta = -\frac{\pi}{4}$

13. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ A\,arctg 2x, & x\in(0;\,0{,}5]\\ 1, & x>0{,}5\end{cases}$ $\alpha = 0$, $\beta = \frac{\sqrt{3}}{6}$

14. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1\\ A(x+1)^3, & x\in(-1;\,1]\\ 1, & x>1\end{cases}$ $\alpha = 0$, $\beta = 1$

15. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le \pi\\ A\cos\frac{x}{2}, & x\in(\pi,2\pi]\\ 1, & x>2\pi\end{cases}$ $\alpha = \pi$, $\beta = \frac{4\pi}{3}$

16. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 3\\ A(x-3)^2, & x\in(3;\,5]\\ 1, & x>5\end{cases}$ $\alpha = 4$, $\beta = 5$

17. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ A\sin\frac{x}{3}, & x\in(0;\,\frac{3\pi}{2}]\\ 1, & x>\frac{3\pi}{2}\end{cases}$ $\alpha = 0$, $\beta = \frac{3\pi}{4}$

18. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ A\arcsin 2x, & x\in(0;\,0{,}5]\\ 1, & x>0{,}5\end{cases}$ $\alpha = 0$, $\beta = \frac{1}{4}$

19. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ Ax^3, & x\in(0;3]\\ 1, & x>3\end{cases}$ $\alpha = 1$, $\beta = 2$

20. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -\frac{\pi}{6}\\ A\cos 3x, & x\in(-\frac{\pi}{6};\,0]\\ 1, & x>0\end{cases}$ $\alpha = -\frac{\pi}{6}$, $\beta = -\frac{\pi}{12}$

21. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ A(2x-x^2), & x\in(0;1]\\ 1, & x>1\end{cases}$ $\quad \alpha = 0,\quad \beta = 0{,}5$

22. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -\frac{\pi}{3}\\ A\sin 3x, & x\in(-\frac{\pi}{3};-\frac{\pi}{6}]\\ 1, & x>-\frac{\pi}{6}\end{cases}$ $\quad \alpha = -\frac{\pi}{4},\quad \beta = -\frac{\pi}{6}$

23. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ A\,arctgx, & x\in(0;\sqrt{3}]\\ 1, & x>\sqrt{3}\end{cases}$ $\quad \alpha = 0,\quad \beta = 1$

24. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2\\ A(x-2)^3, & x\in(2;5]\\ 1, & x>5\end{cases}$ $\quad \alpha = 2,\quad \beta = 4$

25. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le \frac{3\pi}{2}\\ A\cos\frac{x}{3}, & x\in(\frac{3\pi}{2};3\pi]\\ 1, & x>3\pi\end{cases}$ $\quad \alpha = \frac{9\pi}{4},\quad \beta = 3\pi$

26. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1\\ A(x+1)^2, & x\in(-1;1]\\ 1, & x>1\end{cases}$ $\quad \alpha = -1,\quad \beta = 0$

27. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ A\sin\frac{x}{2}, & x\in(0;\pi]\\ 1, & x>\pi\end{cases}$ $\quad \alpha = \frac{\pi}{2},\quad \beta = \pi$

28. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ A\arcsin x, & x\in(0;\frac{\sqrt{2}}{2}]\\ 1, & x>\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$ $\quad \alpha = 0,\quad \beta = \frac{1}{2}$

29. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ Ax^2, & x\in(0;3]\\ 1, & x>3\end{cases}$ $\quad \alpha = 1,\quad \beta = 3$

30. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -\frac{\pi}{4}\\ A\cos 2x, & x\in(-\frac{\pi}{4};0]\\ 1, & x>0\end{cases}$ $\alpha = -\frac{\pi}{6}$, $\beta = 0$

Задача 2.5.

Непрерывная случайная величина распределена равномерно на отрезке [a,A] для нечетных вариантов и на отрезке [A,a] для четных вариантов. Математическое ожидание равно M.

Найти параметр распределения A, функцию распределения, плотность распределения, построить графики функции распределения и плотности распределения случайной величины.

Найти дисперсию случайной величины и вероятность попадания в интервал (α;β).

№ варианта	Отрезок распределения	Матем.ожидание M	Интервал (α;β)
1	[-2;A]	3	(1;10)
2	[A;5]	2	(-3;4)
3	[2;A]	3.5	(3;9)
4	[A;2]	-0.5	(-1;5)
5	[-3;A]	3	(-4;8)
6	[A;4]	-1.5	(-2;11)
7	[-1;A]	1.5	(-3;1)
8	[A;7]	2.5	(5;16)
9	[-2;A]	2	(3;12)
10	[A;9]	4	(-5;7)
11	[1;A]	5.5	(3;17)

12	[A;7]	1.5	(-2;9)
13	[-5;A]	2	(1;18)
14	[A;8]	3.5	(-3;7)
15	[1;A]	4	(2;13)
16	[A;5]	0.5	(2;11)
17	[-1;A]	3	(-3;6)
18	[A;7]	4.5	(1;5)
19	[-2;A]	3.5	(1;15)
20	[A;6]	1.5	(2;12)
21	[2;A]	6	(1;7)
22	[A;3]	-1.5	(-2;5)
23	[3;A]	5	(0;6)
24	[A;8]	3.5	(1;11)
25	[-4;A]	3	(-1;13)
26	[A;5]	1.5	(-4;3)
27	[3;A]	7	(1;9)
28	[A;9]	5	(7;15)
29	[-2;A]	3	(2;18)
30	[-4;A]	0.5	(-1;19)

Задача 2.6.

Варианты 1 – 10.

Непрерывная случайная величина ξ распределена по показательному закону с параметром λ, равным номеру варианта. Найти плотность распределения случайной величины ξ, функцию распределения, построить графики этих функций. Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение случайной величины ξ и вероятность того, что ξ принимает значения, меньшие своего математического ожидания.

Варианты 11 - 20.

Среднее значение непрерывной случайной величины ξ, распределенной по показательному закону, равно $2a$, где a - номер варианта. Найти плотность распределения случайной величины ξ, функцию распределения, построить графики этих функций. Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение случайной величины ξ и вероятность того, что значение ξ попадает в интервал $(a, 2a)$.

Варианты 21 - 30.

Вероятность того, что непрерывная случайная величина ξ, распределенная по показательному закону, принимает значения большие 2N, где N - номер варианта, равна e^{-2}. Найти плотность распределения случайной величины ξ, функцию распределения, построить графики этих функций. Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение случайной величины ξ.

Задача 2.7.

Вариант 1. Измерительный прибор не имеет систематической ошибки, а средняя квадратическая ошибка равна 75. Какова вероятность, что ошибка измерения не превзойдет по абсолютной величине 45 (закон распределения - нормальный).

Вариант 2. Точность изготовления деталей характеризуется систематической ошибкой 2 мм, а случайное отклонение распределено по нормальному закону со средней квадратической ошибкой 10 мм. Какова вероятность, что отклонение длины изделия от стандарта находится в пределах от 8 до 12 мм?

Вариант 3. Систематическая ошибка высотомера равна нулю, а случайные ошибки распределены по нормальному закону. Какую среднюю квадратическую ошибку должен иметь высотомер, чтобы с вероятностью 0,95 ошибка измерения высоты по абсолютной величине была меньше 50 м?

Вариант 4. Каким должен быть допуск отклонения размера детали от номинала, чтобы с вероятностью 0,9 отклонение было допустимым, если систематическая ошибка отклонения отсутствует, а средняя квадратическая равна 25 мм (закон распределения - нормальный)?

Вариант 5. Деталью высшего качества считается такая, у которой отклонение размера от номинала не превосходит по абсолютной величине 4,3 мк. Случайное отклонение распределено по нормальному закону. Найти среднюю квадратическую ошибку, если систематическая ошибка равна нулю, а вероятность того, что деталь высшего качества равна 0,99.

Вариант 6. Систематическая ошибка измерительного прибора равна нулю. Случайные ошибки распределены по нормальному закону. Найти среднюю квадратическую ошибку, если ошибка измерения не превосходит по абсолютной величине 0,5 с вероятностью 0,95.

Вариант 7. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ξ контролируемого размера от номинала не превышает 8 мм. Точность изготовления деталей характеризуется среднеквадратическим отклонением, равным 4мм. Считая, что случайная величина ξ распределена нормально, выяснить, сколько процентов годных деталей изготавливает автомат.

Вариант 8. Стандартный вес производимых на заводе болванок составляет 1 т., а отклонение распределено по нормальному закону со средней квадратической ошибкой 0,05т. Систематическая ошибка отсутствует. В каком интервале с вероятностью 0,99 находится вес болванки?

Вариант 9. Радиолокационная станция при измерении дальности дает систематическую ошибку 5 м., средняя квадратическая ошибка равна 10 м. Найти вероятность того, что случайная ошибка не превосходит по абсолютной величине 17 м. Закон распределения нормальный.

Вариант 10. Измерительный прибор не имеет систематической ошибки. Случайные ошибки распределены по нормальному закону, и с вероятностью 0,8 они не превосходят по абсолютной величине 12 мм. Найти среднюю квадратическую ошибку.

Вариант 11. Автомат по нарезанию гвоздей длиной 80 мм в нормальном режиме имеет случайную ошибку, распределенную по нормальному закону. Систематическая ошибка отсутствует, средняя квадратическая ошибка равна 0,5 мм. В каком интервале с вероятностью 0,999 будет находиться длина гвоздя?

Вариант 12. Прибор, контролирующий напряжение, имеет случайную ошибку в показаниях, распределенную по нормальному закону. Систематическая ошибка отсутствует. Случайная ошибка по абсолютной величине не превосходит 15В с вероятностью 0,8. Найти среднюю квадратическую ошибку.

Вариант 13. Деталь принимается ОТК, если ее диаметр отклоняется по абсолютной величине от стандартного не более чем на 2 мм. Отклонение - случайная величина, распределенная по нормальному 'закону с систематической ошибкой 0,5 мм и среднеквадратическим отклонением 1 мм. Найти вероятность того, что деталь принимается.

Вариант 14. При испытании орудия отклонение снаряда по дальности распределено по нормальному закону с математическим ожиданием, равным нулю, и среднеквадратическим отклонением, равным 25 м. Найти вероятность того, что отклонение по дальности по абсолютной величине не превосходит 12 м.

Вариант 15. Максимальная скорость самолетов определенного типа распределена по нормальному закону с математическим ожиданием 420м/с и среднеквадратическим отклонением 25 м/с. Найти вероятность того, что при испытаниях самолета этого типа его максимальная скорость будет изменяться от 390 м/с до 440 м/с.

Вариант 16. Глубина моря измеряется прибором, систематическая ошибка которого равна нулю, а случайная распределена по нормальному закону. Найти среднеквадратическое отклонение, если при определении глубины ошибка с вероятностью 0,95 составит не более 15 м.

Вариант 17. Среднее значение расстояния до ориентира равно 1250 м. Средняя квадратическая ошибка измерения прибора E=40 м, систематическая ошибка отсутствует. С вероятностью 0,999 определить максимальную ошибку измерения расстояния.

Вариант 18. Срок службы электрической лампы является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с средним квадратическим отклонением 15 ч. Найти математическое ожидание, если с вероятностью 0,99 срок службы лампы более 300 ч.

Вариант 19. Время изготовления детали распределено по нормальному закону с математическим ожиданием 5,8с и среднеквадратическим отклонением 1,9с. Какова вероятность, что для изготовления детали потребуется от 5 до 7с?

Вариант 20. Рассеивание скорости снаряда подчинено нормальному распределению и с вероятностью 0,95 не превосходит по абсолютной величине 2 м/с. Найти среднее квадратическое отклонение рассеивания. Систематическая ошибка отсутствует.

Вариант 21. При измерении заряда электрона ошибки распределены по нормальному закону, и измерения не имеют систематической ошибки. Найти с вероятностью 0.99 максимальную по абсолютной величине ошибку, если средняя квадратическая ошибка равна 0,05 абсолютных электростатических единиц.

Вариант 22. Измерения дальномера не имеют систематической ошибки, а случайные ошибки распределены нормально. Найти среднюю квадратическую ошибку, если при определении дальности цели абсолютная величина ошибки с вероятностью 0,9 не превосходит 15 м.

Вариант 23. При испытании регистрируется время выхода из строя прибора, которое является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием 400ч и среднеквадратическим отклонением 50ч. Найти вероятность того, что прибор проработает безотказно от 300 до 500ч.

Вариант 24. Отклонение размера детали от номинала подчинено нормальному закону. Систематической ошибки нет. С вероятностью 0,95 отклонение по абсолютной величине не превышает 2мк. Найти среднеквадратическую ошибку.

Вариант 25. Отклонение диаметров валиков от заданных размеров подчинено нормальному закону без систематической ошибки и со средней квадратической ошибкой 5мк. Найти вероятность того, что отклонение по абсолютной величине не превысит 10мк.

Вариант 26. Отклонение размера изделия от номинала распределено по нормальному закону с нулевой систематической ошибкой. Найти среднюю квадратическую ошибку. если вероятность того, что абсолютная величина отклонения не превышает 5 мм равна 0,95.

Вариант 27. Прибор для измерения высоты имеет систематическую ошибку 15 м и среднюю квадратическую ошибку 10 м. Найти вероятность того, что ошибка по абсолютной величине не превзойдет 20 м. Закон распределения ошибок нормальный.

Вариант 28. При стрельбе из орудия отклонение от цели по дальности подчиняется нормальному закону, систематической ошибки нет. Найти среднеквадратическое отклонение, если с вероятностью 0,94 абсолютная величина отклонения дальности не превосходит 5 метров.

Вариант 29. Средняя квадратическая ошибка измерения длины детали раина 0,5мк. Систематическая ошибка отсутствует. Найти наибольшую по абсолютной величине ошибку, которую можно допустить с вероятностью 0,9. (Закон распределения нормальный).

Вариант 30. Скорость лодки - случайная величина, распределенная нормально с математическим ожиданием 10 км/ч и среднеквадратическим отклонением 5 км/ч. Найти вероятность того, что скорость будет не менее 8 км/ч и не более 15 км/ч.

Задача 2.8.

Варианты 1, 11, 21.

Устройство состоит из N элементов с одинаковой надежностью p. (Надежность элемента – вероятность его работы за время t.) Элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что:

1) за время t выйдет из строя от m_1 до m_2 элементов;
2) относительная частота выхода из строя элементов будет отклоняться от вероятности этого события менее чем на 0,1 (по абсолютной величине).

Вар.	1	11	21
N	50	80	60
m_1	12	10	10
m_2	20	20	25
P	0,7	0,8	0,75

Варианты 2, 12, 22.

Вероятность попадания при одном выстреле из данного вида оружия равна p. Проводится серия из N выстрелов (независимых друг от друга). Найти вероятность того, что будет от m_1 до m_2 попаданий. Сколько нужно произвести выстрелов, чтобы вероятность отклонения относительной частоты попаданий от вероятности попадания менее чем на 0,05, была равна 0,9 (по абсолютной величине).

Вар.	2	12	22
N	40	60	80
m_1	10	20	50
m_2	20	25	70
P	0,4	0,6	0,75

Варианты 3, 13, 23.

Страховая компания проводит страхование N однотипных объектов. Вероятность наступления страхового случая для каждого из объектов (независимо от других) за время t равна p. Найти вероятность того, что за время t :

1) страховой случай наступит от m_1 до m_2 раз;
2) относительная частота наступления страхового случая будет отклоняться от вероятности этого события по абсо-

лютной величине менее чем на 0,05.

Вар.	3	13	23
N	50	100	70
m_1	10	20	20
m_2	20	35	30
P	0,3	0,25	0,4

Варианты 4, 14, 24.

После изготовления N одинаковых деталей проходят проверку на соответствие качеству. Вероятность брака для каждой детали одинакова (независимо от других) и равна p. Найти вероятность того, что проверку успешно пройдут от m_1 до m_2 деталей. Сколько нужно проверить деталей, чтобы вероятность отклонения относительной частоты появления бракованной детали от вероятности этого события менее чем на 0,1 по абсолютной величине, была равна 0,95.

Вар.	4	14	24
N	60	70	100
m_1	30	20	15
m_2	40	30	30
P	0,25	0,3	0,25

Варианты 5, 15, 25.

В урне находится K шаров, пронумерованных от 1 до K. Шар вынимают, запоминают номер и возвращают обратно в урну. Найти вероятность того, что при N извлечениях:

1) шар с определенным номером появится от m_1 до m_2 раз;
2) относительная частота появления шара сданным номером

будет отклоняться от вероятности этого события менее чем на 0,1 по абсолютной величине.

Вар.	5	15	25
N	90	75	80
m_1	27	20	10
m_2	35	30	20
K	3	5	5

Варианты 6, 16, 26.

По линии связи передается N одинаковых сигналов. Вероятность искажения каждого сигнала равна р. Сигналы искажаются независимо друг от друга. Найти вероятность того, что от m_1 до m_2 сигналов передаются с искажением. Сколько нужно передать сигналов, чтобы вероятность отклонения относительной частоты появления искаженного сигнала от вероятности этого события менее чем на 0,1 по абсолютной величине, была равна 0,9.

Вар.	6	16	26
N	60	100	80
m_1	5	20	10
m_2	10	35	20
P	0,25	0,3	0,2

Варианты 7, 17, 27.

Вероятность появления выигрышной комбинации в каждом из розыгрышей одинакова (независима друг от друга) и равна p. Найти вероятность выигрыша при N попытках от m_1 до m_2 раз. Сколько нужно провести розыгрышей, чтобы вероятность отклонения относительной частоты выигрыша от вероятности этого события менее чем на 0,05 по абсолютной величине, была равна 0,92.

Вар.	7	17	27
N	120	40	70
m_1	40	5	32
m_2	50	10	42
P	0,4	0,2	0,5

Варианты 8, 18, 28.

Телеграфная линия передает сообщение, состоящее из символов двух типов – «точки» и «тире». Символы передаются независимо друг от друга. Вероятность передачи «точки» - p, «тире» - $1\text{-}p$. Найти вероятность того, что из N переданных символов:

1) из n переданных символов будет от m_1 до m_2 тире;
2) относительная частота появления тире будет отклоняться от вероятности его появления менее чем на 0,1 по абсолютной величине.

Вар.	8	18	28
N	80	100	90
m_1	15	50	70
m_2	30	60	80
P	0,25	0,4	0,9

Варианты 9, 19, 29.

В урне из N шаров K черных. Шар извлекают, смотрят цвет и возвращают в урну. Найти вероятность того, что:

1) при N извлечениях черный шар появится от m_1 до m_2 раз;
2) относительная частота появления черного шара будет отклоняться от вероятности его появления менее чем на 0,03 по абсолютной величине.

Вар.	9	19	29
N	75	100	50
m_1	40	30	20
m_2	55	38	30
K	50	40	10

Варианты 10, 20, 30.

Проводится N повторных независимых испытаний. Событие А появляется в каждом из испытаний с вероятностью p. Найти вероятность того, что событие А появится от m_1 до m_2 раз. Сколько нужно провести испытаний, чтобы вероятность отклонения относительной частоты появления события А от вероятности этого события менее чем на 0,1 по абсолютной величине, была равна 0,9.

Вар.	10	20	30
N	50	60	80
m_1	10	20	20
m_2	20	30	25
P	0,25	0,4	0,3

ЧАСТЬ 3. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕКТОРЫ. ФУНКЦИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Задача 3.1.1. Дано распределение двумерного случайного вектора (ξ, η) с дискретными компонентами. Требуется:

1) Найти одномерные распределения случайных величин ξ и η, их математические ожидания $M\xi$, $M\eta$ и дисперсии $D\xi$, $D\eta$;

2) Доказать независимость случайных величин ξ и η. Вычислить непосредственно их корреляционный момент $K_{\xi\eta}$

Вариант 1

ξ \ η	-4	-2	1
5	$\frac{3}{25}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{100}$
6	$\frac{7}{25}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{7}{100}$

Вариант 2

ξ \ η	0,2	0,8
-0,4	0,1	0,15
0,4	0,1	0,15
0,5	0,2	0,3

Вариант 3

ξ \ η	10	16
-8	0,35	0,15
12	0,14	0,06
20	0,21	0,09

Вариант 4

ξ \ η	20	40	80
-4	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{5}$
8	$\frac{9}{40}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{3}{10}$

Вариант 5

ξ \ η	-2	3	4
0,3	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$
0,4	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{8}$

Вариант 6

ξ \ η	5	10
-10	0,12	0,28
2	0,15	0,35
5	0,03	0.07

Вариант 7

	-4	2	4
-5	$\frac{2}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{6}{25}$
5	$\frac{9}{200}$	$\frac{9}{50}$	$\frac{27}{200}$

Вариант 8

ξ \ η	2	8
-4	$\frac{27}{100}$	$\frac{21}{200}$
4	$\frac{9}{25}$	$\frac{7}{50}$
16	$\frac{9}{100}$	$\frac{7}{200}$

Вариант 9

$\xi \backslash \eta$	3	6
-6	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{15}$
-3	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{15}$
3	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$

Вариант 10

$\xi \backslash \eta$	-2	1	2
-1	0,42	0,07	0,21
3	0,18	0,03	0,09

Вариант 11

$\xi \backslash \eta$	4	12	16
3	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$
8	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{10}$

Вариант 12

$\xi \backslash \eta$	-2	4	10
2	0,35	0,14	0,21
6	0,15	0,06	0,09

Вариант 13

$\xi \backslash \eta$	-4	40	50
-10	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{5}$
20	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{80}$	$\frac{1}{10}$

Вариант 14

$\xi \backslash \eta$	-6	5
-4	$\frac{2}{25}$	$\frac{21}{50}$
-3	$\frac{1}{75}$	$\frac{7}{100}$
3	$\frac{1}{15}$	$\frac{7}{20}$

Вариант 15

$\xi \backslash \eta$	1	2	9
3	0,12	0,15	0,03
4	0,28	0,35	0,07

Вариант 16

$\xi \backslash \eta$	20	25
-40	$\frac{2}{25}$	$\frac{9}{200}$
50	$\frac{8}{25}$	$\frac{9}{50}$
80	$\frac{6}{25}$	$\frac{27}{200}$

Вариант 17

ξ \ η	-2	2
-3	0,42	0,18
-1	0,07	0,03
1	0,09	0,21

Вариант 18

ξ \ η	-20	3	12
4	$\frac{21}{100}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{7}{20}$
12	$\frac{1}{25}$	$\frac{4}{75}$	$\frac{1}{15}$

Вариант 19

ξ \ η	-6	6	10
-2	$\frac{7}{100}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{21}{50}$
3	$\frac{1}{75}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{25}$

Вариант 20

ξ \ η	-2	3
1	$\frac{21}{50}$	$\frac{2}{25}$
1,5	$\frac{7}{25}$	$\frac{4}{75}$
1,8	$\frac{7}{50}$	$\frac{2}{75}$

Вариант 21

ξ \ η	6	16
-4	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$
8	0,15	$\frac{3}{80}$
10	0,4	0,1

Вариант 22

ξ \ η	-3	-1	2
-2	0,24	0,36	0,15
1	0,08	0,12	0,05

Вариант 23

ξ \ η	-4	-2	4
25	$\frac{27}{100}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{9}{100}$
40	$\frac{21}{200}$	$\frac{7}{50}$	$\frac{7}{200}$

Вариант 24

ξ \ η	-1	3
2	0,09	0,16
4	0,18	0,32
5	0,09	0,16

Вариант 25

$\xi \setminus \eta$	-5	10
-4	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{40}$
5	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{20}$
8	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$

Вариант 26

$\xi \setminus \eta$	-12	18	20
5	$\frac{7}{50}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{21}{50}$
15	$\frac{2}{75}$	$\frac{4}{75}$	$\frac{2}{25}$

Вариант 27

$\xi \setminus \eta$	1	2	4
-1	0,24	0,36	0,15
3	0,08	0,12	0,05

Вариант 28

$\xi \setminus \eta$	4	7	9
-3	0,09	0,18	0,09
2	0,16	0,32	0,16

Вариант 29

$\xi \setminus \eta$	-4	8	10
-2	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{5}$
3	$\frac{9}{40}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{3}{10}$

Вариант 30

$\xi \setminus \eta$	1	6
-3	$\frac{7}{20}$	$\frac{1}{15}$
3	$\frac{7}{25}$	$\frac{4}{75}$
4	0,21	0,04

Задача 3.1.2.

Вычислить математическое ожидание $M\theta$ и дисперсию $D\theta$ случайной величины θ двумя способами: на основании свойств математического ожидания и дисперсии и непосредственно – по ряду распределения θ.

$$\Theta = \alpha\xi + \beta\,\eta,$$

Где ξ, η – дискретные случайные величины из п. 3.1.1. N – номер варианта, $\alpha = N - 30$, $\beta = N$.

Задача 3.2.

Дана плотность распределения непрерывной случайной величины ξ $f_\xi(x)$. Найти плотность распределения нсв $\eta = \varphi(\xi)$ и ее математическое ожидание M_η.

Варианты 1, 9, 17, 24.

$$f_\xi(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

Вар. 1 $\eta = (arctg\xi)^2$

Вар. 9 $\eta = 5 - \xi^3$

Вар. 17 $\eta = \pi/2 - arctg\xi$

Вар. 24 $\eta = 2\xi - 3$

Варианты 2, 10, 18, 25.

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 5e^{-5x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

Вар. 2 $\eta = \xi^2$

Вар. 10 $\eta = |2 - \xi|$

Вар. 18 $\eta = e^{2\xi}$

Вар. 25 $\eta = |\xi - 3|$

Варианты 3, 11, 19, 26.

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \notin \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \\ \sin 2x, & x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

Вар. 3 $\eta = e^{\xi}$

Вар. 11 $\eta = \xi^2$

Вар. 19 $\eta = |\pi/4 - \xi|$

Вар. 26 η = $|2\xi - \pi/3|$

Варианты 4, 12, 20, 27.

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (-1,1) \\ \dfrac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}, & x \in (-1,1) \end{cases}$$

Вар. 4 η = *arcsin*ξ - 7

Вар. 12 η = $3|\xi| - 2$

Вар. 20 η = $(arcsin\xi)^2$

Вар. 27 η = 4 - 2 $|\xi|$

Варианты 5, 13, 21, 28.

$$f_\xi(x) = 2e^{-4|x|}$$

Вар. 5 η = $5|\xi|$

Вар. 13 η = ξ^2

Вар. 21 η = 10 - 3ξ

Вар. 28 η = e^{ξ}

Варианты 6, 14, 22, 29.

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [-1,1] \\ \dfrac{3}{2}x^2, & x \in [-1,1] \end{cases}$$

Вар. 6 η = $2ln|\xi|$

Вар. 14 η = $3|\xi| - 4$

Вар. 22 η = $2\xi^3 + 5$

Вар. 29 η = e^{ξ}

Варианты 7, 15, 23, 30.

$$f_\xi(x)=\begin{cases}0, & x\notin\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\\ \frac{1}{2}\cos x, & x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\end{cases}$$

Вар. 7 $\eta=|\pi/3-\xi|$

Вар. 15 $\eta=e^{\xi}$

Вар. 23 $\eta=\xi^2$

Вар. 30 $\eta=2|\xi|-\pi/4$

Варианты 8, 16.

$$f_\xi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Вар. 8 $\eta=5|\xi|$

Вар. 16 $\eta=-2|\xi|$

Задача 3.3.

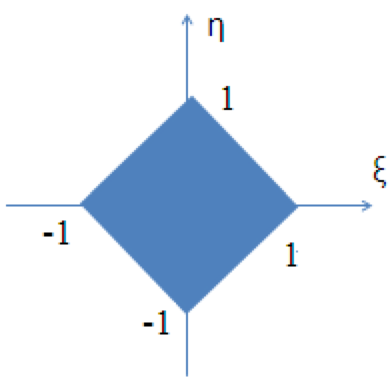
Случайный вектор (ξ,η) распределен равномерно в области G, изображенной на рис.3.3.

1) Найти плотность распределения вероятностей компонент случайного вектора и решить вопрос об их зависимости или независимости.

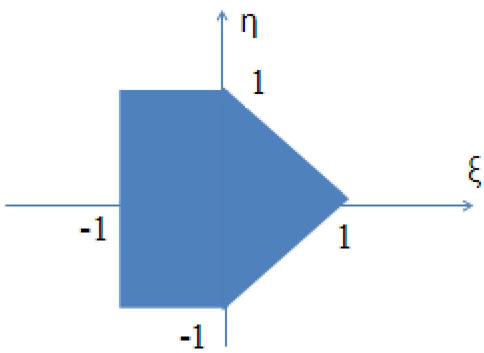
2) Выяснить, коррелированы ли компоненты случайного вектора (ξ,η).

3) Найти P{(ξ,η) € D}, где D = $\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1\}$.

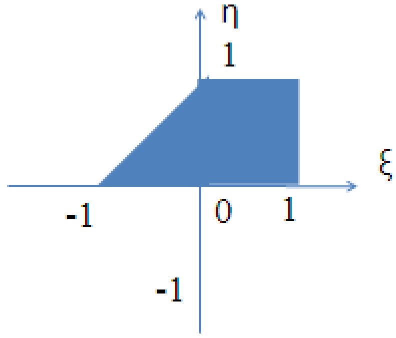
вар. 1, 16



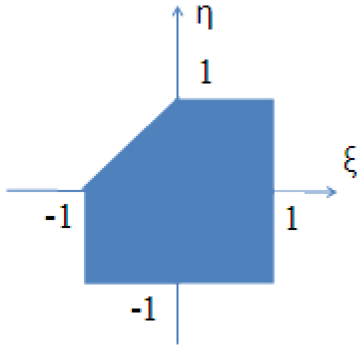
вар. 2, 17



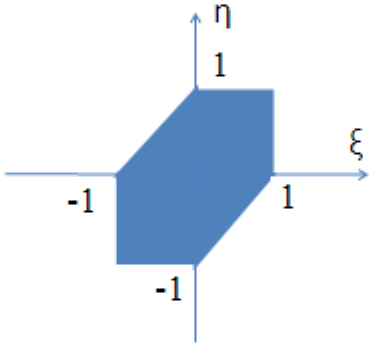
вар. 3, 18



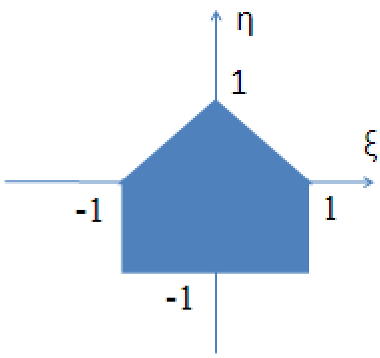
вар. 4, 19



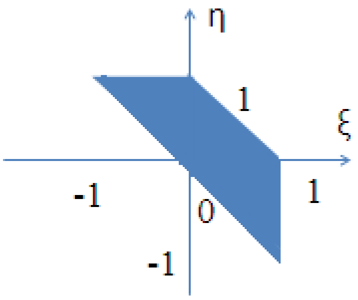
вар. 5, 20



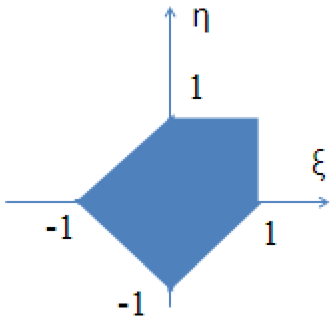
вар. 6, 21



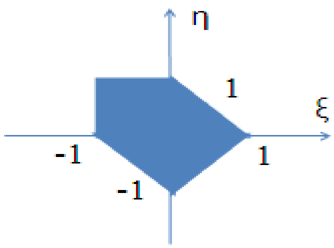
вар. 7, 22



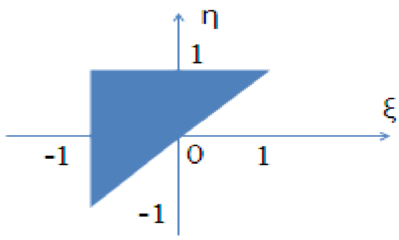
вар. 8, 23



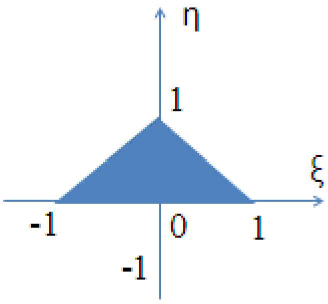
вар. 9, 24



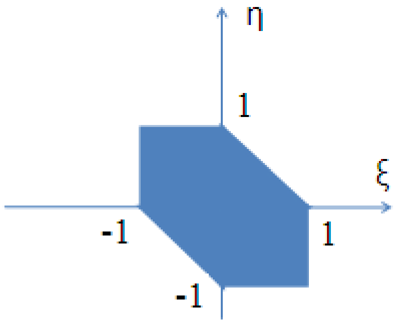
вар. 10, 25



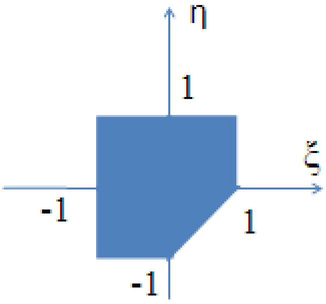
вар 11, 26



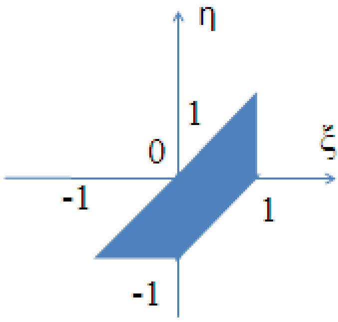
вар. 12, 27



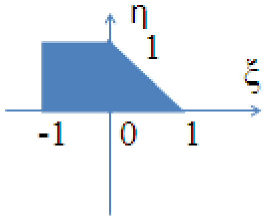
вар. 13, 28



вар. 14, 29



№ 15, 30



ЧАСТЬ 4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА.

Задача 4.1

Рассчитать и построить гистограмму относительных частот по сгруппированным данным, где n_i – частота попадания вариант в промежуток (x_i, x_{i+1}]. Найти эмпирическую функцию распределения.

Найти выборочную среднюю и несмещенную выборочную дисперсию, моду и медиану на основании данного распределения.

Найти доверительный интервал для оценки, с надежностью $\gamma = 0.95$, неизвестного математического ожидания генеральной совокупности в предположении, что она распределена нормально.

Вариант	i	$(x_i, x_{i+1}]$	n_i	Вариант	i	$(x_i, x_{i+1}]$	n_i
1	1	8-10	5	8	1	1-5	3
	2	10-12	11		2	5-10	9
	3	12-14	16		3	10-15	20
	4	14-16	10		4	15-20	12
	5	16-18	8		5	20-25	6
2	1	10-14	4	9	1	2-8	8
	2	14-18	10		2	8-14	12
	3	18-22	12		3	14-20	19
	4	22-26	9		4	20-26	11
	5	26-30	5		5	26-32	10
3	1	(-6)-(-2)	3	10	1	14-16	5
	2	(-2)-2	8		2	16-18	12
	3	2-6	11		3	18-20	30
	4	6-10	9		4	20-22	15
	5	10-14	4		5	22-24	8

4	1	3-5	7	11	1	(-4)-2	8
	2	5-7	8		2	2-8	15
	3	7-9	15		3	8-14	23
	4	9-11	7		4	14-20	14
	5	11-13	3		5	20-26	10
5	1	4-7	4	12	1	9-11	3
	2	7-10	6		2	11-13	8
	3	10-13	19		3	13-15	11
	4	13-16	7		4	15-17	9
	5	16-19	4		5	17-19	4
6	1	(-8)-(-6)	5	13	1	3-7	3
	2	(-6)-(-4)	10		2	7-11	7
	3	(-4)-(-2)	17		3	11-15	15
	4	(-2)-0	11		4	15-19	8
	5	2-2	7		5	19-23	7
7	1	2-6	9	14	1	(-4)-0	3
	2	6-10	12		2	0-4	16
	3	10-14	18		3	4-8	26
	4	14-18	13		4	8-12	14
	5	18-22	8		5	12-16	1

Вариант	i	$(x_i, x_{i+1}]$	n_i	Вариант	i	$(x_i, x_{i+1}]$	n_i
	1	(-1)-1	4		1	0-5	7
	2	1-3	12		2	5-10	10
15	3	3-5	17	23	3	10-15	20
	4	5-7	11		4	15-20	12
	5	7-9	6		5	20-25	6
	1	0-4	3		1	2-8	6
	2	4-8	7	23	2	8-14	12
16	3	8-12	14		3	14-20	24
	4	12-16	7		4	20-26	11
	5	16-20	4		5	26-32	7
	1	16-18	3		1	14-16	10
17	2	18-20	9		2	16-18	17
	3	20-22	18	24	3	18-20	30
	4	22-24	10		4	20-22	15
	5	24-26	5		5	22-24	8
	1	3-7	5		1	(-4)-2	8
18	2	7-11	8		2	2-8	15
	3	11-15	16	26	3	8-14	24
	4	15-19	7		4	14-20	14
	5	19-23	4		5	20-26	9

	1	4-7	1		1	9-11	6
19	2	7-10	7		2	11-13	9
	3	10-13	25	27	3	13-15	17
	4	13-16	6		4	15-17	8
	5	16-19	1		5	17-19	5
20	1	(-8)-(-6)	5		1	3-7	5
	2	(-6)-(-4)	10		2	7-11	8
	3	(-4)-(-2)	17	28	3	11-15	16
	4	(-2)-0	11		4	15-19	8
	5	0-2	7		5	19-23	3
	1	2-8	2		1	(-4)-0	5
21	2	8-14	9		2	0-4	16
	3	14-20	15	29	3	4-8	29
	4	20-26	10		4	8-12	14
	5	26-32	4		5	12-16	6
	1	2-6	9		1	(-4)-0	4
22	2	6-10	12		2	0-4	13
	3	10-14	18	30	3	4-8	25
	4	14-18	13		4	8-12	14
	5	18-22	8		5	12-16	4

Задача 4.2.

Вариант 1, 16. Два исследователя изучали среднемесячный доход жителей Москвы в 80-х годах прошлого века. Первый произвел случайную выборку размера 10, второй - 15:

	Первый	Второй
N	10	15
$\sum_{i=1}^{n} x_i$	1771.68 руб.	2409.95руб.
$\sum_{i=1}^{n} x_i^2$	375881.1руб.	462221.6руб.

Предполагаем, что X имеет нормальное распределение.

1. Вычислить точечные и интервальные оценки среднего месячного дохода, полученные первым и вторым исследователем, рассмотрев 95% уровень доверия.

2. Какой из интервалов получился шире? Будут ли интервалы для надежности 90% шире или уже рассчитанных выше интервалов?

Вариант 2, 17. Компания, занимающаяся прокатом автомобилей, интересуется количеством времени, в течение которого их автомобили не эксплуатируются, находясь в ремонтных мастерских. Случайная выборка девяти машин показала, что за последний год количество дней, когда машина не эксплуатировалась, было равно 16 10 21 22 8 17 19 14 19

1. Делая любые необходимые предположения, найти 90% доверительный интервал для среднего количества дней в году, в течение которого автомобили не эксплуатируются.

2. Будет ли 99% доверительный интервал для среднего количества дней в году без эксплуатации шире или уже рассчитанного выше интервала?

Вариант 3, 18. Случайно выбранные шесть агентов по продажам, посещавшие курс по методам продаж, наблюдались за три месяца до этого курса и через три месяца после курса. Таблица показывает размеры продаж (в тысячах долларов) этих шести агентов.

1. Предполагая нормальное распределение продаж, найти 90% доверительные интервалы для среднего числа продаж в обоих случаях.

2. Проверить гипотезу H_0 о равенстве средних продаж ($\mu_1=\mu_2$) против гипотезы H_1 ($\mu_1<\mu_2$) для надежности 90%.

Агент по продажам	*До курса*	*После курса*
1	212	237
2	282	291
3	203	191
4	327	341
5	165	192
6	198	180 .

Вариант 4, 19. Компания случайно выбирает 12 своих агентов по продажам и посылает их на курсы, направленные на повышение мотивации, и как следует ожидать, эффективности. В следующем году объем продаж этих агентов составил в среднем $435,000, стандартное отклонение было равно $56,000.

В тот же период, для независимой случайной выборки из 15-ти агентов, которые не посещали курс, объем продаж составил в среднем $408,000 а стандартное отклонение -$43,000.

1. Предполагая нормальное распределение обеих генеральных совокупностей и равенство их дисперсий, найти 95% доверительные интервалы для средних продаж в обоих случаях

2.. Проверить гипотезу H_0 о равенстве средних продаж ($\mu_1=\mu_2$) против гипотезы H_1 ($\mu_1<\mu_2$) для надежности 95%.

Вариант 5, 20. Была произведена случайная выборка 189 игр NBA, в которых счет не был ничейным после первой четверти игры. В 132 из этих игр лидировавшая после первой четверти команда выигрывала матч.

1. Найти 90% доверительный интервал для пропорции генеральной совокупности всех случаев, когда лидировавшая после первой четверти команда выигрывала матч.

2. Не производя вычислений, укажите, будет ли 95% доверительный интервал шире или уже или останется таким же, как найденный выше.

Вариант 6, 21.Случайная выборка 5 штатов США дает следующие площади (в 1000 квадратных миль): 147, 84, 24, 85, 159.Истинная средняя площадь μ на самом деле равна 362 тысячи квадратных миль.

1. Найти 95% доверительный интервал для средней площади всех 50 штатов в США. Накрывает ли доверительный интервал истинное значение средней площади?

2. Будет ли 99%-доверительный интервал для средней площади всех штатов шире, уже или такой же, как полученный выше?

Вариант 7, 22. Компания попросила Вас приблизительно оценить, какой из типов бензина, А или **В,** дает наибольший пробег. Вы производите случайную выборку 4 машин, и проезжаете маршрут дважды, один раз на бензине А, другой – на бензине В.

Бензин А	*Бензин В*
23	20
17	16
16	14
20	18

1. Вычислить 95% доверительный интервал для среднего пробега в обоих случаях, основываясь на пробегах четырех машин.

2. Проверить гипотезу H_0 о равенстве средних пробегов ($\mu_1=\mu_2$) против гипотезы H_1 ($\mu_1>\mu_2$) для надежности 95%.

Вариант 8, 23. Допустим, что Вы производите случайную выборку 100 счетов в большом магазине и обнаруживаете, что средняя задолженность составляет $74 со стандартным отклонением $86.

1. Найти 95% доверительный интервал для средней задолженности по счету. (Ввиду большого числа наблюдений в выборке, стандартное отклонение генеральной совокупности σ может быть приближено выборочным стандартным отклонением S = $86.

2. Будет ли 90% доверительный интервал для средней задолженности шире, уже или такой же, как полученный выше?

Вариант 9, 24. Случайная выборка размера 5 из нормального распределения со средним μ и дисперсией σ^2 дает выборочное среднее, равное 100. Независимая случайная выборка размера 10 из той же генеральной совокупности дает выборочную дисперсию 9.

1. Найти 90% доверительный интервал для среднего генеральной совокупности.

2. Будет ли 99% доверительный интервал для μ шире или уже найденного выше интервала?

Вариант 10, 25. Нефтехимическая научная лаборатория изобрела новый прессовочный процесс, который, как надеются, поможет увеличить силу нейлоновой лески. Чтобы опробовать новый процесс, случайно выбирают шесть образцов. Новый процесс проверяется на одной половине этих образцов, на другой половине - старый процесс. Значения прочности на разрыв каждой половины опытного образца приведены в таблице:

Опытный образец	*Старый процесс*	*Новый процесс*
1	620	660
2	600	620
3	640	670
4	630	620
5	570	580
6	600	630

1. Построить 95% доверительные интервалы для средней силы лески в обоих случаях.

2. Проверить гипотезу H_0 о равенстве средней силы лески ($\mu_1 = \mu_2$) против гипотезы H_1 ($\mu_1 < \mu_2$) для надежности 95%.

Вариант 11, 26. Для определения среднего возраста своих клиентов крупный производитель мужской одежды произвел случайную выборку 50-ти клиентов и обнаружил, что $\bar{X}=36$. Известно, что $\sigma=12$.

1. Найти 95% доверительный интервал для среднего возраста μ всех потребителей.
2. Изменится ли длина доверительного интервала для среднего возраста μ для надежности 80%? Станет он шире или уже полученного выше или совсем не изменится ?

Вариант 12, 27. Была произведена случайная выборка 189 игр NBA, в которых счет не был ничейным после первой четверти игры. В 132 из этих игр лидировавшая после первой четверти команда выигрывала матч.

1. Найти 90% доверительный интервал для пропорции генеральной совокупности всех случаев, когда лидировавшая после первой четверти команда выигрывала матч.

2. Не производя вычислений, укажите, будет ли 95% доверительный интервал шире, уже или останется таким же, как найденный выше.

Вариант 13, 28. Допустим, что Вы производите случайную выборку 100 счетов в большом магазине и обнаруживаете, что средняя задолженность составляет $74 со стандартным отклонением $86.

1. Найти 95% доверительный интервал для средней задолженности по счету. (Ввиду большого числа наблюдений в выборке, стандартное отклонение генеральной совокупности σ может быть приближено выборочным стандартным отклонением S = $86).

2. Будет ли 80% доверительный интервал для средней задолженности шире, уже или останется таким же, как приведенный выше?

Вариант 14, 29. Менеджер ресторана желает оценить среднее количество денег, которое посетитель тратит на ланч. Выборка содержит 36 посетителей. Выборочное среднее равно 3,60$. Менеджер знает, что стандартное отклонение равно 0,72.

1. Найти 95% доверительный интервал для истинного среднего количества денег, которое посетители тратят на ланч.

2. Будет ли 80% доверительный интервал для истинного среднего количества денег, потраченного на ланч, шире или уже приведенного выше?

Вариант 15, 30. Администратор приемной комиссии программы MBA на основании прошлого опыта установил, что средние оценки соискателей, полученные ими в бакалавриате, имеют нормальное распределение со стандартным отклонением в 0.45. Производится выборка 25 соискателей текущего года, выборочное среднее значение оценок которых равно 2.90.

1. Найти 95% доверительный интервал для средних оценок.

2. Будет ли 80% доверительный интервал для средних оценок шире или уже полученного выше интервала?

ЧАСТЬ 5. СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Задача 5.1. Система имеет три состояния. Построить граф состояний системы, написать уравнения Колмогорова и найти стационарное распределение. λ_{ij} – плотности перехода.

№ варианта	λ_{12}	λ_{13}	λ_{21}	λ_{23}	λ_{31}	λ_{32}
1	1	1	2	3	0	0
2	2	3	0	1	0	1
3	3	1	0	2	2	0

4	1	0	2	0	1	3
5	0	0	1	2	2	3
6	0	1	3	0	2	1
7	2	3	1	3	0	0
8	2	1	0	3	0	2
9	1	1	0	2	3	0
10	3	0	1	0	2	1
11	0	0	2	2	3	1
12	0	1	2	0	1	3
13	3	1	2	1	0	0
14	2	1	0	2	0	3
15	3	2	0	2	1	0
16	1	0	3	0	2	3
17	0	0	1	3	2	1
18	0	2	3	0	1	2
19	3	3	1	2	0	0
20	2	1	0	3	0	3
21	3	2	0	1	3	0
22	1	0	3	0	2	3
23	0	0	1	2	3	3
24	0	2	3	0	2	3
25	1	2	4	3	0	0
26	2	4	0	3	0	1

27	1	3	0	2	4	0
28	1	0	4	0	2	3
29	0	0	4	2	1	3
30	0	3	1	0	2	4

Задача 5.2. Дана корреляционная функция и математическое ожидание случайного процесса ξ(t). Найти корреляционную функцию, математическое ожидание и дисперсию случайного процесса η(t).

№ варианта	$K_\xi(t_1,t_2)$	$M_\xi(t)$	η(t)
1	$\sin 3t_1 \sin 3t_2$	e^{2t}	$t\,d(\xi(t)+\cos t)/dt$
2	$\cos 2t_1 \cos 2t_2$	$\sin 3t$	$t\int_0^t \xi(\tau)d\tau + t^5$
3	$2t_1^3\, t_2^3$	$\sqrt{t}$	$\cos t\, d\xi/dt + e^{2t}$
4	$\sqrt{t_1}\sqrt{t_2}$	$\cos 5t$	$t^3 \sin 3t\, \xi(t) + \cos t$
5	$\sin 5t_1 \sin 5t_2$	t^3	$\cos t\int_0^t (\xi(\tau)+\tau^2)d\tau$
6	$3\cos 5t_1 \cos 5t_2$	e^{3t}	$t\dfrac{d\xi}{dt} + \sin t$
7	$\sqrt{t_1}\sqrt{t_2} + \sin t_1 \sin t_2$	t^5	$t^2 \cos 4t\, \xi(t) + e^{3t}$
8	$t_1^4\, t_2^4$	$\sin 2t$	$\int_0^t \xi(\tau)d\tau + e^{5t}$
9	$2e^{5t_1}e^{5t_2}$	$\cos 3t$	$\sqrt{t}\, \sin t\,(\xi(t)+t)$
10	$t_1^3\, t_2^3 + \cos 3t_1 \cos 3t_2$	e^t	$\dfrac{d\xi}{dt} + \sin 5t$

11	$2\cos 3t_1 \cos 3t_2$	e^{5t}	$td(\xi(t)+\cos t)/dt$
12	$\sin 6t_1 \sin 6t_2$	$\sqrt{t}$	$t^2\int_0^t \xi(\tau)d\tau + t^3$
13	$5t_1^3\, t_2^3 + \sqrt{t_1}\sqrt{t_2}$	$\sin 4t$	$\cos t\, d\xi/dt + e^{2t}$
14	$3\sqrt{t_1}\sqrt{t_2}$	$\cos 4t$	$t^2 \sin 3t\, \xi(t)+t^5$
15	$\sin 5t_1 \sin 5t_2 + t_1\, t_2$	t^3	$t\int_0^t (\xi(\tau)+\cos\tau)d\tau$
16	$3\cos 5t_1 \cos 5t_2$	e^{2t}	$t^2 \frac{d\xi}{dt} + \sin 4t$
17	$5 \sin 7t_1 \sin 7t_2$	t^5	$t \cos 2t\, \xi(t) + e^t$
18	$t_1^4\, t_2^4 + \sqrt{t_1}\sqrt{t_2}$	$\sin 2t$	$\int_0^t (\xi(\tau)+e^{3t})d\tau$
19	$7e^{5t_1}e^{5t_2}$	t^2	$\sqrt{t}\ \sin t\, \xi(t)+\cos t$
20	$5 \cos 3t_1 \cos 3t_2$	e^{3t}	$t\frac{d\xi}{dt} + \sin 5t$
21	$9t_1\, t_2$	e^{2t}	$t^2 d(\xi(t)+\sin t)/dt$
22	$\cos 2t_1 \cos 2t_2$	$\cos 4t$	$t\int_0^t \xi(\tau)d\tau + t^5$
23	$2t_1^3\, t_2^3 + \sin t_1 \sin t_2$	$\sqrt{t}$	$\cos t\, d\xi/dt + e^{2t}$
24	$\sqrt{t_1}\sqrt{t_2}$	$\sin 5t$	$t^3\ \xi(t)+t\cos t$
25	$\sin 5t_1 \sin 5t_2$	t^2	$\cos t\int_0^t (\xi(\tau)+\sin\tau)d\tau$
26	$4\cos 2t_1 \cos 2t_2$	e^{3t}	$t\frac{d\xi}{dt} + \cos 3t$
27	$\sqrt{t_1}\sqrt{t_2} + \sin t_1 \sin t_2$	$\cos 4t$	$t \cos 4t\, \xi(t) + e^{3t}$

28	$t_1^4\ t_2^4$	$sin3t$	$t\int_0^t \xi(\tau)d\tau + e^{5t}$
29	$2e^{5t_1}e^{5t_2}$	$cos6t$	$\sqrt{t}\ sint\ (\xi(t)+t^2)$
30	$t_1^3\ t_2^3 + cos3t_1\ cos3t_2$	e^{2t}	$t^2\frac{d\xi}{dt} + \sin 5t$

Задача 5.3. Найти корреляционную функцию и дисперсию случайного процесса ξ(t), если он задан каноническим разложением. Дисперсии случайных величин $D\xi_i = D_i$.

№ варианта	ξ(t)	D_1	D_2	D_3
1	$\xi_1\ sin\omega t + \xi_2\ cos\omega t + i\ \xi_3 t^3$	3	3	1
2	$\xi_1\ e^{3it} + \xi_2\ e^{-3it} + \xi_3 t^2$	2	2	4
3	$i\xi_1\ sin2t + \xi_2 + \xi_3 t^4$	2	1	5
4	$3\xi_1\ t + \xi_2\ cos5t + i\ \xi_3 t^2$	1	2	3
5	$\xi_1\ sin\omega t + \xi_2\ cos\omega t + 2i\ \xi_3 t^5$	2	2	5
6	$\xi_1\ e^{4it} + \xi_2\ e^{-4it} + \xi_3\ cos\omega t$	3	3	2
7	$\xi_1\ e^{3t} + 5i\ \xi_2\ t + \xi_3$	2	1	5
8	$\xi_1\ sin2t + i\xi_2\ cos3t + \xi_3 t^2$	1	2	3
9	$\xi_1\ e^{5it} + \xi_2\ t^3 + \xi_3\ sin\omega t$	2	4	5
10	$\xi_1 + \xi_2\ te^{2t} + 3i\xi_3 cost$	3	1	2
11	$\xi_1\ sin\omega t + \xi_2\ cos\omega t + 2i\ \xi_3 t^4$	2	2	3
12	$\xi_1\ e^{5it} + \xi_2\ e^{-5it} + \xi_3 t^4$	3	3	5
13	$i\xi_1\ cos2t + \xi_2 + \xi_3 t^5$	1	2	3

14	$4\xi_1 t^2+ \xi_2 \sin 5t+i \xi_3 t$	3	2	1
15	$\xi_1 \sin\omega t+ \xi_2 \cos\omega t+2i \xi_3 t^6$	3	3	7
16	$\xi_1 e^{7it} + \xi_2 e^{-7it} + \xi_3 \cos 2t$	4	4	1
17	$\xi_1 e^{2t} +5i \xi_2 t^5 + \xi_3$	2	3	4
18	$\xi_1 \sin t+ i\xi_2 \cos 4t+ \xi_3 t^3$	3	2	2
19	$\xi_1 e^{4it} + \xi_2 t^7+ \xi_3 \cos\omega t$	4	4	2
20	$\xi_1 + \xi_2 te^{2t} + 3i\xi_3 \sin t$	2	3	1
21	$\xi_1 \sin\omega t+ \xi_2 \cos\omega t+ie^{2t}$	4	4	5
22	$\xi_1 e^{3it} + \xi_2 e^{-3it} + \xi_3 t\cos t$	7	7	3
23	$2i\xi_1 t+ \xi_2 + \xi_3 t^4 \sin t$	2	3	1
24	$5\xi_1 t^3+ \xi_2 \cos 2t+i \xi_3 t^6$	1	3	4
25	$\xi_1 \sin\omega t+ \xi_2 \cos\omega t+3i \xi_3 t^3$	4	4	3
26	$\xi_1 e^{4it} + \xi_2 e^{-4it} + \xi_3 t\cos 8t$	5	5	3
27	$\xi_1 te^{3t} +5i \xi_2 t + \xi_3$	3	2	5
28	$\xi_1 \sin t+ i\xi_2 \cos 4t+ \xi_3 t^4$	5	3	1
29	$\xi_1 e^{5it} +i \xi_2 t^3+ \xi_3 \cos 2t$	2	3	4
30	$\xi_1 + \xi_2 te^{2t} + 3i\xi_3 \sin 2t$	4	2	2

Задача 5.4. Найти одностороннюю S(ω) и двустороннюю $S^*(\omega)$ спектральную плотность стационарного случайного процесса с корреляционной функцией $K(\tau) = Ae^{-\alpha t}\cos\beta t$

№ варианта	α	B	*A*	№ варианта	α	B	*A*
1	1	1	1	16	1	2	2
2	6	1	1	17	2	1	1
3	5	1	4	18	2	4	5
4	3	1	1	19	2	4	1
5	1	3	2	20	2	1	4
6	4	1	2	21	2	5	2
7	1	4	2	22	2	2	2
8	1	2	1	23	2	4	2
9	6	2	1	24	2	3	2
10	1	6	2	25	2	3	1
11	4	2	4	26	2	2	4
12	4	2	1	27	2	2	1
13	1	5	2	28	3	2	1
14	3	2	2	29	3	1	2
15	5	2	2	30	3	1	1

Задача 5.5. Работа динамической системы описывается уравнением $\frac{d\xi}{dt}+a\xi(t)=\frac{d\eta}{dt}+b\eta(t)$. На вход системы поступает стационарный процесс ξ(t) с корреляционной функцией $K(\tau)=Ce^{-d|\tau|}+C^2e^{-2d|\tau|}$. Найти дисперсию процесса на выходе системы.

№ варианта	*a*	*b*	*C*	*D*
1	1	4	1	1
2	1	3	1	1
3	4	5	1	2
4	4	9	1	2
5	3	1	1	3
6	6	4	1	3
7	3	4	1	3
8	4	6	1	2
9	1	6	1	1
10	4	3	1	2
11	1	4	2	1
12	1	3	2	1
13	4	5	2	3
14	4	5	2	2
15	6	5	2	3
16	3	4	2	3
17	6	1	2	3
18	4	6	2	2
19	1	6	2	1
20	3	1	2	2

21	1	4	3	1
22	1	5	3	1
23	4	3	3	2
24	4	9	3	2
25	3	2	3	3
26	6	2	3	3
27	3	5	3	3
28	4	5	3	2
29	1	6	3	1
30	4	6	3	2

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Пространство элементарных событий. Алгебра событий, свойства, геометрическая интерпретация. Аксиоматическое построение вероятностей.

2. Классическая схема: вероятность, свойства. Теорема сложения вероятностей. Задача о выборке.

3. Геометрическая схема: вероятность. Задача о встрече.

4. Условная вероятность. Независимость событий. Формула умножения.

5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

6. Схема Бернулли повторных независимых испытаний. Формула Бернулли.

7. Случайная величина. Функция распределения. Свойства.

8. Дискретные случайные величины, их распределения. Производящие функции, их свойства. Примеры.

9. Сумма и произведение дискретных случайных величин, их распределения.

10. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Его свойства. Связь с производящей функцией.

11. Дисперсия дискретной случайной величины. Ее свойства. Связь с производящей функцией.

12. Биномиальное распределение, его производящая функция, математическое ожидание, дисперсия. Задачи, к нему приводящие.

13. Геометрическое распределение, его производящая функция, математическое ожидание, дисперсия. Задачи, к нему приводящие.

14. Распределение Пуассона, его производящая функция, математическое ожидание, дисперсия. Задачи, к нему приводящие.

15. Функция дискретной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия функции дискретной случайной величины.

16. Дискретные случайные векторы. Таблица распределения. Свойства совместного распределения.

17. Функция дискретного случайного вектора. Примеры. Математическое ожидание функции дискретного случайного вектора.

18. Непрерывные случайные величины. Плотность распределения, ее свойства.

19. Математическое ожидание непрерывной случайной величины. Ее выражение через характеристическую функцию. Свойства.

20. Дисперсия, свойства. Дисперсия непрерывной случайной величины. Ее выражение через характеристическую функцию.

21. Равномерное распределение, его характеристическая функция, математическое ожидание, дисперсия.

22. Показательное распределение, его характеристическая функция, математическое ожидание, дисперсия.

23. Нормальное распределение, его характеристическая функция (без доказательства), математическое ожидание, дисперсия.

24. Вероятность попадания в интервал непрерывной случайной величины, ее выражение через функцию Лапласа в случае нормального распределенной непрерывной случайной величины.

25. Гамма-распределение, его математическое ожидание, дисперсия. Распределение x^2(“хи-квадрат”).

26. Двумерные распределения. Функция совместного распределения. Ее свойства.

27. Плотность двумерного распределения. Ее свойства. Связь с одномерными распределениями. Вероятность попадания в область непрерывного случайного вектора.

28. Равномерное и нормальное двумерные распределения. Их свойства.

29. Функция непрерывной случайной величины. Ее плотность распределения. Квадрат стандартной нормальной случайной величины.

30. Математическое ожидание и дисперсия функции непрерывной случайной величины. Примеры.

31. Сумма непрерывных случайных величин. Свертка плотностей.

32. Корреляционный момент и коэффициент корреляции, их свойства.

33. Характеристические функции случайных величин, их свойства. Выражение числовых характеристик случайных величин с помощью характеристических функций.

34. Неравенство Чебышева. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел.

35. Теорема Чебышева. Устойчивость средних.

36. Теорема Бернулли. Устойчивость частот событий.

37. Теорема Ляпунова. Асимптотическая устойчивость.

38. Теорема Муавра-Лапласа и ее следствия.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма. Теорема Гливенко.

2. Точечные оценки параметров распределения: несмещенность, состоятельность, эффективность. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. Проверка несмещенности.

3. Метод максимального правдоподобия. Нахождение эффективных оценок. Примеры.

4. Проверка статистических гипотез. Ошибки первого и вто-

рого рода. Статистический критерий, уровень значимости и критическая область. Примеры.

5. Проверка статистических гипотез с помощью критерия x^2.

6. Интервальные оценки математического ожидания распределения с известной дисперсией.

7. Интервальные оценки математического ожидания нормального распределения с неизвестной дисперсией. Распределение Стьюдента.

8. Интервальные оценки дисперсии нормального распределения. Распределение x^2.

СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ

1. Случайный процесс, сечения, реализации, конечномерные распределения.
2. Цепи Маркова. Переходные вероятности. Матрица переходных вероятностей, ее свойства.
3. Цепи Маркова. Матрица переходных вероятностей за N шагов, связь с матрицей переходных вероятностей.
4. Цепи Маркова. Эргодические теоремы. Отыскание предельных и стационарных распределений с помощью линейных систем.
5. Цепи Маркова. Классификация состояний. Граф состояний.
6. Марковский процесс с дискретным множеством состояний и непрерывным временем. Уравнения Колмогорова.
7. Распределение момента выхода марковского процесса из состояния. Марковское свойство показательного распределения.
8. Марковский процесс с двумя состояниями. Нестационарные и стационарные решения. Эргодичность.
9. Простейший поток событий. Пуассоновский процесс. Составление и решение уравнений Колмогорова для Пуассоновского процесса.
10. Процессы гибели и размножения. Примеры. Составление дифференциальных уравнений. Стационарные реше-

ния.

11. Система массового обслуживания (СМО) с отказами. Задача Эрланга. Составление дифференциальных уравнений. Стационарные решения. Характеристики СМО.
12. СМО с ожиданием. Составление дифференциальных уравнений, стационарные решения. Характеристики СМО.
13. Марковский процесс с непрерывным множеством состояний и непрерывным временем. Винеровский процесс.
14. Числовые характеристики случайного процесса. Их свойства.
15. Числовые характеристики комплекснозначного случайного процесса. Их свойства.
16. Производная и интеграл случайного процесса и их характеристики.
17. Каноническое разложение случайного процесса, характеристики канонического разложения.
18. Линейный оператор от случайного процесса, его характеристики.
19. Стационарные процессы. Корреляционная функция стационарного процесса, ее свойства.
20. Стационарный гауссовский процесс.
21. Стационарные процессы с дискретным спектром. Спектральное разложение корреляционной функции на отрезке.
22. Стационарные процессы с непрерывным спектром. Спектральное разложение корреляционной функции на оси. Спектральная плотность.
23. Спектральная плотность стационарного процесса, ее свойства. Дисперсия процесса. Процесс «белый шум».
24. Стационарная линейная система. Передаточная функция и частотная характеристика.
25. Преобразование стационарного процесса стационарной линейной системой. Дисперсия процесса на выходе.
26. Преобразование случайных сигналов электрическими сетями.