ГЛАВА 6

ОПТИКА*

§ 28. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА | Основные формулы

1. Фокусное расстояние сферического зеркала

$$f = R/2,$$

где R — радиус кривизны зеркала.

2. Оптическая сила сферического зеркала

$$\Phi = 1/f.$$

3. Формула сферического зеркала

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

где a и b — расстояния от полюса зеркала соответствено до предмета и изображения.

Если изображение предмета мнимое, то величина b берется со знаком минус.

Если фокус сферического зеркала мнимый (зеркало выпуклое), то величина f берется со знаком минус.

4. Закон преломления света

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21},$$

где i_1 — угол падения; i_2 — угол преломления; $n_{21} = n_2/n_1$ — относительный показатель преломления второй среды относительно первой; n_1 и n_2 — абсолютные показатели преломления соответственно первой и второй сред.

Индексы в обозначениях углов i_1 и i_2 указывают, в какой среде (первой или второй) идет луч. Если луч переходит из первой среды во вторую, то i_1 будет углом падения, а i_2 — углом преломления. Если луч переходит из второй среды в первую, падая на поверхность раздела под углом i_2, то по принципу обратимости световых лучей угол преломления будет равен i_1 (рис. 28.1).

Рис. 28.1

5. Предельный угол полного отражения при переходе света из среды более оптически плотной в среду менее оптически плотную

$$i_{пр} = \arcsin (n_2/n_1) \quad (n_2 < n_1).$$

6. Оптическая сила тонкой линзы

$$\Phi = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_л}{n_{ср}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где f — фокусное расстояние линзы; $n_л$ — абсолютный показатель преломления вещества линзы; $n_{ср}$ — абсолютный показатель преломления окружающей среды (одинаковой с обеих сторон линзы).

В приведенной формуле радиусы выпуклых поверхностей берутся со знаком плюс, вогнутых — со знаком минус.

---

* Некоторые задачи этой главы были составлены М. Ф. Федоровым.

7. Оптическая сила двух тонких сложенных вплотную линз

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2.$$

8. Формула тонкой линзы

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

где a — расстояние от оптического центра линзы до предмета; b — расстояние от оптического центра линзы до изображения.

Если фокус мнимый (линза рассеивающая), то величина f отрицательна. Если изображение мнимое, то величина b отрицательна.

9. Угловое увеличение лупы

$$\Gamma = D/f,$$

где D — расстояние наилучшего зрения ($D = 25$ см).

10. Угловое увеличение телескопа

$$\Gamma = f_{об}/f_{ок},$$

где $f_{об}$ и $f_{ок}$ — фокусные расстояния соответственно объектива и окуляра.

Расстояние от объектива до окуляра телескопа

$$L = f_{об} + f_{ок}$$

Эти формулы можно применять только в том случае, если в телескоп наблюдают весьма удаленные предметы.

11. Угловое увеличение микроскопа

$$\Gamma = \delta D/(f_{об} f_{ок}),$$

где δ — расстояние между задним фокусом объектива и передним фокусом окуляра.

Расстояние от объектива до окуляра микроскопа

$$L = f_{об} + \delta + f_{ок}.$$

Примеры решения задач

1. На стеклянную призму с преломляющим углом $\vartheta = 50°$ падает под углом $i_1 = 30°$ луч света. Определить угол отклонения δ луча призмой, если показатель преломления n стекла равен 1,56

Решение. Данную задачу целесообразно решать не в общем виде, как принято, а пооперационно, производя все промежуточные вычисления. В этом случае мы несколько проигрываем в точности расчетов, но выигрываем в наглядности и простоте вычислений. Из рис. 28.2 видно, что угол отклонения

$$\delta = \gamma + \gamma', \qquad (1)$$

а углы γ и γ' просто выражаются через углы i_1, i_2, i'_1, i'_2, которые последовательно и будем вычислять:

1) из закона преломления $\dfrac{\sin i_1}{\sin i_2} = n$ имеем

$$i_2 = \arcsin\left(\frac{\sin i_1}{n}\right) = 18{,}7°;$$

2) из рис. 28.2 следует, что угол падения i_2' на вторую грань призмы равен

$$i_2' = \vartheta - i_2 = 31{,}3°.$$

Угол i_2' меньше предельного ($i'_{2\,\text{пред}} = \arcsin\frac{1}{n} = 39{,}9°$), поэтому на второй грани луч преломится и выйдет из призмы;

3) так как $\frac{\sin i_2'}{\sin i_1'} = \frac{1}{n}$,

то

$$i_1' = \arcsin(n\cdot\sin i_2') = 54{,}1°.$$

Теперь найдем углы γ и γ':

$$\gamma = i_1 - i_2 = 11{,}3°$$

и $\gamma' = i_1' - i_2' = 22{,}8°$.

По формуле (1) находим

$$\delta = \gamma + \gamma' = 34{,}1°.$$

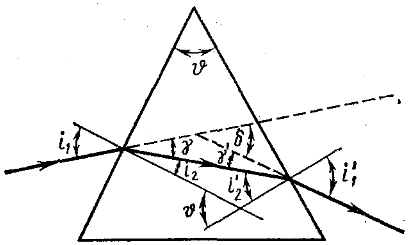

Рис. 28.2

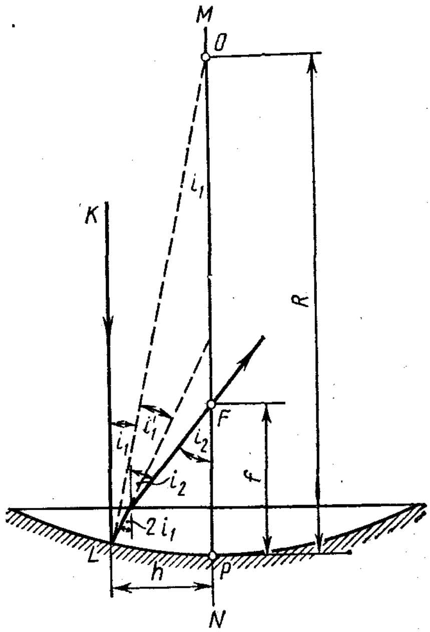

Рис. 28.3

2. Оптическая система представляет собой тонкую плосковыпуклую стеклянную линзу, выпуклая поверхность которой посеребрена. Определить главное фокусное расстояние f такой системы, если радиус кривизны R сферической поверхности линзы равен 60 см.

Решение. Пусть на линзу падает параксиальный луч KL, параллельный главной оптической оси MN линзы (рис. 28.3). Так как луч KL перпендикулярен плоской поверхности линзы, то он проходит ее без преломления. На сферическую посеребренную поверхность луч падает в точке L под углом i_1 и отражается от нее под углом $i_1' = i_1$. Отраженный луч падает на границу плоской поверхности линзы под углом $2i_1$ и по выходе из линзы пересекает главную оптическую ось в точке F, образуя с осью угол i_2. Длина полученного при этом отрезка FP и равна искомому фокусному расстоянию рассматриваемой оптической системы.

Если учесть, что в силу параксиальности луча KL углы i_1 и i_2 малы, а их синусы и тангенсы практически равны самим углам, выраженным в радианах, то из рис. 28.3 следует

$$f = \frac{h}{i_2} = \frac{Ri_1}{i_2} = R\frac{i_1}{i_2}. \quad (1)$$

Входящее в формулу (1) отношение i_1/i_2 углов найдем, пользуясь законом преломления света, который в нашем случае записывается в виде $\frac{2i_1}{i_2} = \frac{1}{n}$, откуда

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{1}{2n}. \tag{2}$$

Подставив это отношение углов в формулу (1), найдем

$$f = R/(2n). \tag{3}$$

Такой же результат можно получить и из формальных соображений. Так как луч KL последовательно проходит линзу, отражается от вогнутого зеркала и еще раз проходит линзу, то данную оптическую систему можно рассматривать как центрированную систему, состоящую из сложенных вплотную двух плосковыпуклых линз и сферического зеркала. Фокусное расстояние оптической системы может быть найдено по формуле

$$f = 1/\Phi,$$

где Φ — оптическая сила системы.

Как известно, оптическая сила системы равна алгебраической сумме оптических сил отдельных компонентов системы. В нашем случае

$$\Phi = (n+1)\frac{1}{R} + \frac{2}{R} + (n-1)\frac{1}{R} = \frac{2n}{R}, \text{ т. е.}$$

$$f = 1/\Phi = R/(2n),$$

что совпадает с результатом, выраженным формулой (3).

Произведя вычисления по формуле (3), получим

$$f = 20 \text{ см}.$$

Задачи

Отражение и преломление света

28-1. Два плоских прямоугольных зеркала образуют двугранный угол $\varphi = 179°$. На расстоянии $l = 10$ см от линии соприкосновения зеркал и на одинаковом расстоянии от каждого зеркала находится точечный источник света. Определить расстояние d между мнимыми изображениями источника в зеркалах.

28-2. На сферическое зеркало падает луч света. Найти построением ход луча после отражения в двух случаях: а) от вогнутого зеркала (рис. 28.4, *а*); б) от выпуклого зеркала (рис. 28.4, *б*). На рисунке: P — полюс зеркала, O — оптический центр.

28-3. Вогнутое сферическое зеркало дает на экране изображение предмета, увеличенное в $\Gamma = 4$ раза. Расстояние a от предмета до зеркала равно 25 см. Определить радиус R кривизны зеркала.

28-4. Фокусное расстояние f вогнутого зеркала равна 15 см. Зеркало дает действительное изображение предмета, уменьшенное в три раза. Определить расстояние a от предмета до зеркала.

28-5. На рис. 28.5, *а*, *б* указаны положения главной оптической оси MN сферического зеркала, светящейся точки S и ее изображения S'.

ляра $f_2 = 4$ см. Предмет находится на $\Delta a = 0{,}5$ мм дальше от объектива, чем главный фокус. Определить увеличение Г микроскопа.

28-51. Фокусное расстояние f_1 объектива микроскопа равно 1 см, окуляра $f_2 = 2$ см. Расстояние от объектива до окуляра $L = 23$ см. Какое увеличение Г дает микроскоп? На каком расстоянии a от объектива находится предмет?

28-52. Расстояние δ между фокусами объектива и окуляра внутри микроскопа равно 16 см. Фокусное расстояние f_1 объектива равно 4 мм. С каким фокусным расстоянием f_2 следует взять окуляр, чтобы получить увеличение $\Gamma = 500$?

§ 29. ФОТОМЕТРИЯ

Основные формулы

1. Световой поток Ф, испускаемый изотропным* точечным источником света в пределах телесного угла ω, в вершине которого находится источник, выражается формулой

$$\Phi = I\omega,$$

где I — сила света источника; $\omega = 2\pi\,(1 - \cos\vartheta)$; ϑ — угол между осью конуса и его образующей.

2. Полный световой поток, испускаемый изотропным точечным источником света,

$$\Phi_0 = 4\pi I.$$

3. Освещенность поверхности определяется соотношением

$$E = \Phi/S,$$

где S — площадь поверхности, по которой равномерно распределяется падающий на нее световой поток Ф.

Освещенность, создаваемая изотропным точечным источником света,

$$E = \frac{I}{r^2}\cos i,$$

где r — расстояние от поверхности до источника света; i — угол падения лучей.

4. Сила света любого элемента поверхности косинусного излучателя

$$I = I_0 \cos\varphi,$$

где φ — угол между нормалью к элементу поверхности и направлением наблюдения; I_0 — сила света элемента поверхности по направлению нормали к этому элементу.

5. Яркость светящейся поверхности

$$B = I/\sigma,$$

где I — сила света в направлении наблюдения; σ — площадь проекции светящейся поверхности на плоскость, перпендикулярную этому направлению.

6. Светимость определяется соотношением

$$R = \Phi/S,$$

где Ф — световой поток, испускаемый поверхностью; S — площадь этой поверхности.

Светимость косинусных излучателей

$$R = \pi B.$$

---

* Источник называется изотропным, если сила света источника одинакова во всех направлениях.

Примеры решения задач

1. Прожектор ближнего освещения дает пучок света в виде усеченного конуса с углом раствора $2\vartheta = 40°$. Световой поток Φ прожектора равен 80 клм. Допуская, что световой поток распределен внутри конуса равномерно, определить силу света I прожектора.

Решение. Сила света I изотропного источника равна отношению светового потока Φ к телесному углу ω, в пределах которого распространяется световой поток, т. е.

$$I = \Phi/\omega. \tag{1}$$

Выразим телесный угол через угол раствора. Из рис. 29.1 следует что элементарный телесный угол $d\omega = 2\pi\sin\vartheta\, d\vartheta$. Телесный угол, соответствующий углу раствора 2ϑ конуса, выразится интегралом:

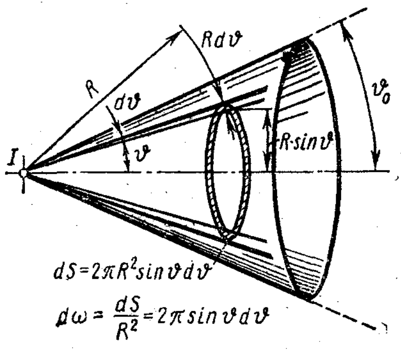

Рис. 29.1

$$\omega = 2\pi\int_0^{\vartheta_0}\sin\vartheta\, d\vartheta, \text{ или}$$

$$\omega = 2\pi\,(1 - \cos\vartheta_0) = 4\pi\sin^2(\vartheta/2).$$

Подставив выражение ω в формулу (1), получим

$$I = \frac{\Phi}{4\pi\sin^2(\vartheta/2)}. \tag{2}$$

Произведя вычисления по формуле (2), найдем

$$I = 211 \text{ ккд.}$$

2. Люминесцентная цилиндрическая лампа диаметром $d = 2{,}5$ см и длиной $l = 40$ см создает на расстоянии $r = 5$ м в направлении, перпендикулярном оси лампы, освещенность $E = 2$ лк. Принимая лампу за косинусный излучатель, определить: 1) силу света I в данном направлении; 2) яркость B; 3) светимость R лампы.

Решение. 1. Больший из двух размеров лампы — длина — в 12 раз меньше расстояния, на котором измерена освещенность. Следовательно, для вычисления силы света в данном направлении можно принять лампу за точечный источник и применить формулу

$$E = I/r^2, \text{ откуда } I = Er^2.$$

Подставив значения величин в эту формулу и произведя вычисления, получим

$$I = 25 \text{ кд.}$$

2. Для вычисления яркости применим формулу

$$B = I/\sigma,$$

где σ — площадь проекции протяженного источника света на плоскость, перпендикулярную направлению наблюдения.

В случае цилиндрической люминесцентной лампы проекция имеет форму прямоугольника длиной l и шириной d. Следовательно,

$$B = I/(ld).$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем

$$B = 2{,}5 \quad \text{ккд/м}^2.$$

3. Так как люминесцентную лампу можно считать косинусным излучателем, то ее светимость

$$R = \pi B = 7{,}9 \text{ клк}.$$

Задачи*

Световой поток и сила света

29-1. Определить силу света I точечного источника, полный световой поток Φ которого равен 1 лм.

29-2. Лампочка, потребляющая мощность $P = 75$ Вт, создает на расстоянии $r = 3$ м при нормальном падении лучей освещенность $E = 8$ лк. Определить удельную мощность p лампочки (в ваттах на канделу) и световую отдачу η лампочки (в люменах на ватт).

29-3. В вершине кругового конуса находится точечный источник света, посылающий внутри конуса световой поток $\Phi = 76$ лм. Сила света I источника равна 120 кд. Определить телесный угол ω и угол раствора 2ϑ конуса.

29-4. Какую силу тока I покажет гальванометр, присоединенный к селеновому фотоэлементу, если на расстоянии $r = 75$ см от него поместить лампочку, полный световой поток Φ_0 которой равен 1,2 клм? Площадь рабочей поверхности фотоэлемента равна 10 см^2, чувствительность $i = 300$ мкА/лм.

Освещенность

29-5. Лампочка силой света $I = 80$ кд находится на расстоянии $a = 2$ м от собирательной линзы с диаметром $d = 12$ см и главным фокусным расстоянием $f = 40$ см. Линза дает на экране, расположенном на расстоянии $b = 30$ см от линзы, круглое светлое пятно. Найти освещенность E экрана на месте этого пятна. Поглощением света в линзе пренебречь.

29-6. При печатании фотоснимка негатив освещался в течение $t_1 = 3$ с лампочкой силой света $I_1 = 15$ кд с расстояния $r_1 = 50$ см. Определить время t_2, в течение которого нужно освещать негатив лампочкой силой света $I_2 = 60$ кд с расстояния $r_2 = 2$ м, чтобы получить отпечаток с такой же степенью почернения, как и в первом случае?

29-7. На высоте $h = 3$ м над землей и на расстоянии $r = 4$ м от стены висит лампа силой света $I = 100$ кд. Определить освещенность E_1

---

* При решении задач по фотометрии электрические лампочки принимать за изотропные точечные источники света.

щенность E горизонтальной плоскости в точке A, удаленной на расстояние $r = 3$ м от точки, расположенной под центром диска.

29-20. На какой высоте h над горизонтальной плоскостью (см. предыдущую задачу) нужно поместить светящийся диск, чтобы освещенность в точке A была максимальной?

29-21. Определить освещенность E, светимость R и яркость B киноэкрана, равномерно рассеивающего свет во всех направлениях, если световой поток Φ, падающий на экран из объектива киноаппарата (без киноленты), равен 1,75 клм. Размер экрана $5 \times 3{,}6$ м, коэффициент отражения $\rho = 0{,}75$.

29-22. На какой высоте h нужно повесить лампочку силой света $I = 10$ кд над листом матовой белой бумаги, чтобы яркость B бумаги была равна 1 кд/м^2, если коэффициент отражения ρ бумаги равен 0,8?

29-23. Освещенность E поверхности, покрытой слоем сажи, равна 150 лк, яркость B одинакова во всех направлениях и равна 1 кд/м^2. Определить коэффициент отражения ρ сажи.

§ 30. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

Основные формулы

1. Скорость света в среде

$$v = c/n,$$

где c — скорость света в вакууме, n — абсолютный показатель преломления среды.

2. Оптическая длина пути световой волны

$$L = nl,$$

где l — геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

3. Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

4. Оптическая разность хода световых волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной пластинки или пленки, находящейся в воздухе (рис. 30.1, *б*),

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} + \lambda/2,$$

или $\Delta = 2dn\cos i_2 + \lambda/2$,

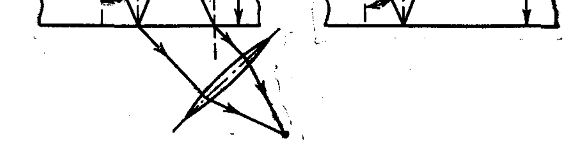

Рис. 30.1

где d — толщина пластинки (пленки), i_1 — угол падения, i_2 — угол преломления.

Второе слагаемое в этих формулах учитывает изменение оптической длины пути световой волны на $\lambda/2$ при отражении ее от среды оптически более плотной.

В проходящем свете (рис. 30.1, *а*) отражение световой волны происходит от среды оптически менее плотной и дополнительной разности хода световых лучей не возникает.

5. Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с оптической разностью хода световых волн

$$\Delta\varphi = 2\pi\Delta/\lambda.$$

6. Условие максимумов интенсивности света при интерференции

$$\Delta = \pm k\lambda \ (k = 0, 1, 2, 3, \ldots).$$

7. Условие минимумов интенсивности света при интерференции

$$\Delta = \pm (2k + 1)(\lambda/2).$$

8. Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных в проходящем)

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R(\lambda/2)},$$

где k — номер кольца ($k = 1, 2, 3, \ldots$); R — радиус кривизны поверхности линзы, соприкасающейся с плоскопараллельной стеклянной пластинкой.

Радиусы темных колец в отраженном свете (или светлых в проходящем)

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}.$$

Примеры решения задач

1. В точку A экрана от источника S_1 монохроматического света длиной волны $\lambda = 0{,}5$ мкм приходят два луча: непосредственно от источника луч S_1A, перпендикулярный экрану, и луч S_1BA, отраженный в точке B от зеркала, параллельного лучу S_1A (рис. 30.2). Расстояние l_1 экрана от источника равно 1 м, расстояние h от луча S_1A до плоскости зеркала равно 2 мм. Определить: 1) что будет наблюдаться в точке A экрана — усиление или ослабление интенсивности; 2) как изменится интенсивность в точке A, если на пути луча S_1A перпендикулярно ему поместить плоскопараллельную пластинку стекла ($n = 1{,}55$) толщиной $d = 6$ мкм.

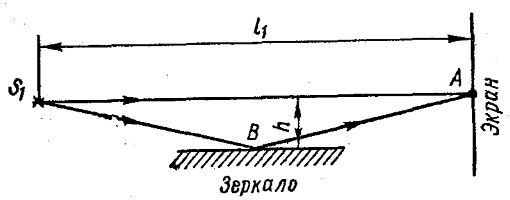

Рис. 30.2

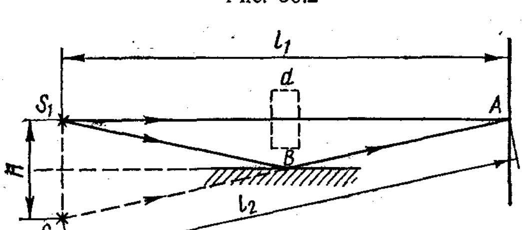

Рис. 30.3

Решение. Построим мнимое изображение S_2 источника S_1 в зеркале (рис. 30.3). Источники S_1 и S_2 являются когерентными, поэтому при сложении волн, приходящих от этих источников на экран, возникает интерференционная картина. Усиление или ослабление интенсивности в той или иной точке экрана зависит от оптической разности хода Δ интерферирующих лучей, другими словами, от числа m полуволн, укладывающихся на оптической разности хода:

$$m = \frac{\Delta}{\lambda/2}. \qquad (1)$$

Если m — целое четное, то интенсивность будет максимальной; если m — целое нечетное, то интенсивность минимальна. При дробном m происходит или частичное усиление (если m ближе к четному числу), или частичное ослабление (если m ближе к нечетному числу).

1. Оптическая разность хода Δ_1 будет складываться из геометрической разности $l_2 - l_1$ (оба луча идут в воздухе) и дополнительной разности хода $\lambda/2$, обусловленной изменением фазы колебаний на π при отражении от среды оптически более плотной. Таким образом,

$$\Delta_1 = l_2 - l_1 + \lambda/2. \qquad (2)$$

Так как $l_2 = \sqrt{l_1^2 + H^2}$ (рис. 30.3), то

$$l_2 - l_1 = l_1\sqrt{1+(H/l)^2} - l_1 = l_1\left[\sqrt{1+(H/l_1)^2} - 1\right].$$

Величина $\frac{H}{l_2} \ll 1$, поэтому для вычисления корня можно воспользоваться приближенной формулой (см. табл. 3) $\sqrt{1+a} \approx 1 + \frac{1}{2}a$ при $a \ll 1$. Применив ее, получим

$$l_2 - l_1 \approx l_1\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{H}{l_1}\right)^2 - 1\right] = \frac{H^2}{2l_1}.$$

Подставив полученное выражение $l_2 - l_1$ в формулу (2), найдем $\Delta_1 = \frac{H^2}{2l_1} + \frac{\lambda}{2}$. Зная Δ_1, по формуле (1) найдем m_1:

$$m_1 = \frac{H^2/(2l_1) + \lambda/2}{\lambda/2} = \frac{H^2}{l_1\lambda} + 1.$$

Так как $H = 2h$, то окончательно получим

$$m_1 = 4\frac{h^2}{l_1\lambda} + 1.$$

После вычисления найдем

$$m_1 = 33.$$

Так как на разности хода укладывается нечетное число длин полуволн, то в точке A наблюдается минимум интенсивности.

3. Стеклянная пластина толщиной d, поставленная на пути луча S_1A (рис. 30.3), изменит оптическую длину пути. Теперь оптическая длина пути L будет складываться из геометрической длины пути $l_1 - d$ и оптической длины пути nd луча в самой пластине, т. е.

$$L = (l_1 - d) + nd = l_1 + (n-1)d.$$

Оптическая разность хода лучей

$$\Delta_2 = l_2 - L + \lambda/2 = l_2 - [l_1 + (n-1)d] + \lambda/2,$$

или

$$\Delta_2 = \Delta_1 - (n - 1)\, d.$$

Пользуясь формулой (1), найдем

$$m_2 = \frac{\Delta_2}{\lambda/2} = \frac{\Delta_1 - (n-1)\, d}{\lambda/2} = m_1 - 2\frac{d(n-1)}{\lambda}.$$

Произведя вычисления, получим

$$m_2 = 19{,}8.$$

Число длин полуволн оказалось дробным. Так как 19,8 ближе к целому четному числу 20, чем к целому нечетному числу 19, то в точке A будет частичное усиление.

2. На толстую стеклянную пластинку, покрытую очень тонкой пленкой, показатель преломления n_2 вещества которой равен 1,4, падает нормально параллельный пучок монохроматического света (λ=0,6 мкм). Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определить толщину d пленки.

Решение. Из световой волны, падающей на пленку, выделим узкий пучок SA. Ход этого пучка в случае, когда угол падения $i_1 \neq 0$, показан на рис. 30.4. В точках A и B падающий пучок частично отражается и частично преломляется. Отраженные пучки света AS_1 и BCS_2 падают на собирающую линзу L, пересекаются в ее фокусе F и интерферируют между собой.

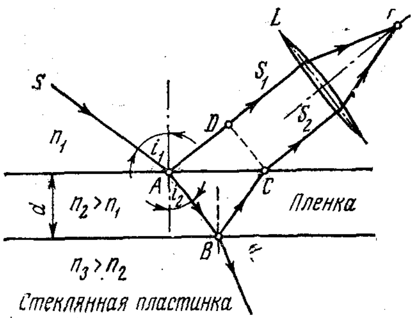

Рис. 30.4

Так как показатель преломления воздуха (n_1= 1,00029) меньше показателя преломления вещества пленки (n_2 = 1,4), который, в свою очередь, меньше показателя преломления стекла (n_3 = 1,5), то в обоих случаях отражение происходит от среды оптически более плотной, чем та среда, в которой идет падающая волна. Поэтому фаза колебания пучка света AS_1 при отражении в точке A изменяется на π рад и точно так же как на π рад изменяется фаза колебаний пучка света BCS_2 при отражении в точке B. Следовательно, результат интерференции этих пучков света при пересечении в фокусе F линзы будет такой же, как если бы никакого изменения фазы колебаний ни у того, ни у другого пучка не было.

Как известно, условие максимального ослабления света при интерференции в тонких пленках состоит в том, что оптическая разность хода Δ интерферирующих волн должна быть равна нечетному числу полуволн: $\Delta = (2k + 1)\, \lambda/2$.

Как видно из рис. 30.4, оптическая разность хода

$$\Delta = l_2 n_2 - l_1 n_1 = (|AB| + |BC|)\, n_2 - |AD|\, n_1.$$

Следовательно, условие минимума интенсивности света примет вид

$$(|AB| + |BC|)\, n_2 - |AD|\, n_1 = (2k+1)\,(\lambda/2).$$

Если угол падения i_1 будет уменьшаться, стремясь к нулю, то $AD \to 0$ и $|AB| + |BC| \to 2d$, где d — толщина пленки. В пределе при $i_1 = 0$ будем иметь

$$\Delta = 2dn_2 = (2k+1)\,\lambda/2,$$

откуда искомая толщина пленки

$$d = \frac{(2k+1)\lambda}{4n}.$$

Полагая $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$, получим ряд возможных значений толщины пленки:

$$d_0 = \frac{\lambda}{4n_2} = 0{,}11 \text{ мкм}; \quad d_1 = \frac{3\lambda}{4n_2} = 3d_0 = 0{,}33 \text{ мкм и т. д.}$$

3. На стеклянный клин нормально к его грани падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0{,}6$ мкм. В возникшей при этом интерференционной картине на отрезке длиной $l = 1$ см наблюдается 10 полос. Определить преломляющий угол α клина.

Решение. Параллельный пучок света, падая нормально к грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней грани. Эти пучки когерентны, и поэтому наблюдается устойчивая картина интерференции.

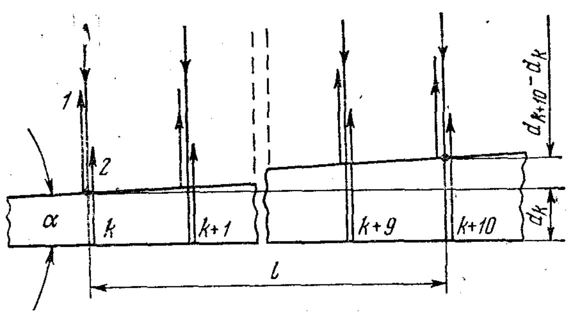

Рис. 30.5

Так как интерференционные полосы наблюдаются при малых углах клина, то отраженные пучки света 1 и 2 (рис. 30.5) будут практически параллельны.

Темные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода кратна нечетному числу половины длины волны:

$$\Delta = (2k+1)\,(\lambda/2), \text{ где } k = 0, 1, 2, \ldots \tag{1}$$

Разность хода Δ двух волн складывается из разности оптических длин путей этих волн ($2dn \cos i_2$) и половины длины волны ($\lambda/2$). Величина $\lambda/2$ представляет собой добавочную разность хода, возникающую при отражении волны от оптически более плотной среды. Подставляя в формулу (1) значение разности хода Δ, получим

$$2d_k n \cos i_2 + \lambda/2 = (2k+1)(\lambda/2), \qquad (2)$$

где n — коэффициент преломления стекла ($n = 1{,}5$); d_k — толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, соответствующая номеру k; i_2 — угол преломления.

Согласно условию, угол падения равен нулю, следовательно, и угол преломления i_2 равен нулю, а $\cos i_2 = 1$. Раскрыв скобки в правой части равенства (2), после упрощения получим

$$2d_k n = k\lambda. \qquad (3)$$

Пусть произвольной темной полосе номера k соответствует определенная толщина клина в этом месте d_k, а темной полосе номера $k+10$ соответствует толщина клина d_{k+10}. Согласно условию задачи, 10 полос укладываются на отрезке длиной $l = 1$ см. Тогда искомый угол (рис. 30.5) будет равен

$$\alpha = (d_{k+10} - d_k)/l, \qquad (4)$$

где из-за малости преломляющего угла $\sin\alpha \approx \alpha$ (угол α выражен в радианах).

Вычислив d_k и d_{k+10} из формулы (3), подставив их в формулу (4) и произведя преобразования, найдем

$$\alpha = 5\lambda/(nl).$$

После вычисления получим

$$\alpha = 2\cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

Выразим α в градусах. Для этого воспользуемся соотношением между радианом и секундой (см. табл. 9): 1 рад $= 2{,}06''\cdot 10^5$, т. е.

$$\alpha = 2\cdot 10^{-4}\cdot 2{,}06''\cdot 10^5 = 41{,}2'',$$

или в соответствии с общим правилом перевода из радиан в градусы

$$\alpha_{\text{град}} = \frac{180}{\pi}\alpha_{\text{рад}}, \quad \alpha = \frac{180}{3{,}14}\cdot 2\cdot 10^{-4} = 1{,}15^\circ\cdot 10^{-2} = 0{,}688' = 41{,}2''.$$

Искомый угол равен $41{,}2''$.

Задачи

Интерференция волн от двух когерентных источников

30-1. Сколько длин волн монохроматического света с частотой колебаний $\nu = 5\cdot 10^{14}$ Гц уложится на пути длиной $l = 1{,}2$ мм: 1) в вакууме; 2) в стекле?

30-2. Определить длину l_1 отрезка, на котором укладывается столько же длин волн в вакууме, сколько их укладывается на отрезке $l_2 = 3$ мм в воде.

показатель преломления n аргона, если длина волны λ света равна 639 нм.

30-38. В интерферометре Майкельсона на пути одного из интерферирующих пучков света ($\lambda = 590$ нм) поместили закрытую с обеих сторон стеклянную трубку длиной $l = 10$ см, откачанную до высокого вакуума. При заполнении трубки хлористым водородом произошло смещение интерференционной картины. Когда хлористый водород был заменен бромистым водородом, смещение интерференционной картины возросло на $\Delta m = 42$ полосы. Определить разность Δn показателей преломления бромистого и хлористого водорода.

§ 31. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Основные формулы

1. Радиус k-й зоны Френеля:

для сферической волны $\rho_k = \sqrt{\dfrac{ab}{a+b}k\lambda}$, где a — расстояние диафрагмы с круглым отверстием от точечного источника света; b — расстояние диафрагмы от экрана, на котором ведется наблюдение дифракционной картины; k — номер зоны Френеля; λ — длины волны;

для плоской волны $\rho_k = \sqrt{bk\lambda}$.

2. Дифракция света на одной щели при нормальном падении лучей. Условие минимумов интенсивности света

$$a \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda; \quad k = 1, 2, 3, \ldots,$$

где a — ширина щели; φ — угол дифракции; k — номер минимума; λ — длина волны.

Условие максимумов интенсивности света

$$a \sin \varphi' = (2k+1)\frac{\lambda}{2}; \quad k = 1, 2, 3, \ldots,$$

где φ' — приближенное значение угла дифракции.

3. Дифракция света на дифракционной решетке при нормальном падении лучей. Условие главных максимумов интенсивности

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda; \quad k = 0, 1, 2, 3, \ldots,$$

где d — период (постоянная) решетки; k — номер главного максимума; φ — угол между нормалью к поверхности решетки и направлением дифрагированных волн.

4. Разрешающая сила дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где $\Delta\lambda$ — наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решетки; N — число штрихов решетки; k — порядковый номер дифракционного максимума.

5. Угловая дисперсия дифракционной решетки

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi},$$

линейная дисперсия дифракционной решетки

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta \lambda}.$$

Для малых углов дифракции

$$D_l \approx f D_\varphi \approx f \frac{k}{d},$$

где f — главное фокусное расстояние линзы, собирающей на экране дифрагирующие волны.

6. Разрешающая сила объектива телескопа

$$R = \frac{1}{\beta} = \frac{D}{1{,}22\lambda},$$

где β — наименьшее угловое расстояние между двумя светлыми точками, при котором изображения этих точек в фокальной плоскости объектива могут быть видны раздельно; D — диаметр объектива; λ — длина волны.

7. Формула Вульфа—Брэгга

$$2d \sin \vartheta = k\lambda,$$

где d — расстояние между атомными плоскостями кристалла; ϑ — угол скольжения (угол между направлением пучка параллельных рентгеновских излучений, падающих на кристалл, и гранью кристалла), определяющий направление, в котором имеет место зеркальное отражение излучений (дифракционный максимум).

Примеры решения задач

1. На диафрагму с круглым отверстием радиусом $r = 1$ мм падает нормально параллельный пучок света длиной волны $\lambda = 0{,}5$ мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещают экран. Определить максимальное расстояние b_{max} от центра отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно.

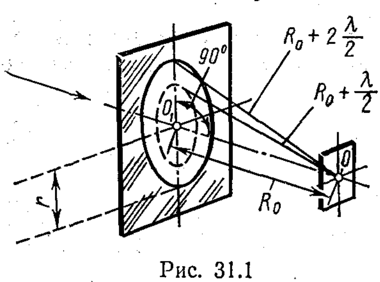

Рис. 31.1

Решение. Расстояние, при котором будет видно темное пятно, определяется числом зон Френеля, укладывающихся в отверстии. Если число зон четное, то в центре дифракционной картины будет темное пятно.

Число зон Френеля, помещающихся в отверстии, убывает по мере удаления экрана от отверстия. Наименьшее четное число зон равно двум. Следовательно, максимальное расстояние, при котором еще будет наблюдаться темное пятно в центре экрана, определяется условием, согласно которому в отверстии должны поместиться две зоны Френеля.

Из рис. 31.1 следует, что расстояние от точки наблюдения O на экране до края отверстия на $2\,(\lambda/2)$ больше, чем расстояние $R_0 = b_{max}$.

По теореме Пифагора получим

$$r^2=\left(b_{\max}+2\,\frac{\lambda}{2}\right)^2-b_{\max}^2=2\lambda b_{\max}+\lambda^2.$$

Учтя, что $\lambda \ll b_{\max}$ и что членом, содержащим λ^2, можно пренебречь, последнее равенство перепишем в виде

$$r^2=2\lambda b_{\max}, \text{ откуда } b_{\max}=r^2/(2\lambda).$$

Произведя вычисления по последней формуле, найдем

$$b_{\max}=1 \text{ м}.$$

2. На щель шириной $a=0{,}1$ мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника ($\lambda=0{,}6$ мкм). Определить ширину l центрального максимума в дифракционной картине, проецируемой с помощью линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экран, отстоящий от линзы на расстоянии $L=1$ м.

Решение. Центральный максимум интенсивности света занимает область между ближайшими от него справа и слева минимумами интенсивности. Поэтому ширину центрального максимума интенсивности примем равной расстоянию между этими двумя минимумами интенсивности (рис. 31.2).

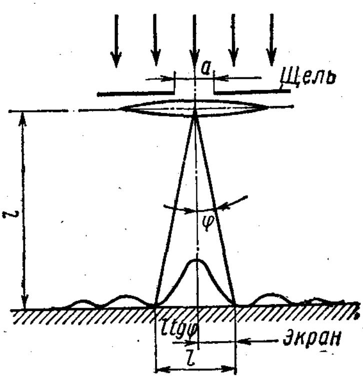

Рис. 31.2

Минимумы интенсивности света при дифракции от одной щели наблюдаются под углами φ, определяемыми условием

$$a\sin\varphi=\pm k\lambda, \qquad (1)$$

где k — порядок минимума; в нашем случае равен единице.

Расстояние между двумя минимумами на экране определим непосредственно по чертежу: $l=2L\,\mathrm{tg}\,\varphi$. Заметив, что при малых углах $\mathrm{tg}\,\varphi\approx\sin\varphi$, перепишем эту формулу в виде

$$l=2L\sin\varphi. \qquad (2)$$

Выразим $\sin\varphi$ из формулы (1) и подставим его в равенство (2):

$$l=2Lk\lambda/a. \qquad (3)$$

Произведя вычисления по формуле (3), получим

$$l=1{,}2 \text{ см}.$$

3. На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает параллельный пучок света с длиной волны $\lambda=0{,}5$ мкм. Помещенная вблизи решетки линза проецирует дифракционную картину на плоский экран, удаленный от линзы на $L=1$ м. Расстояние l между двумя максимумами интенсивности первого порядка, наблюдаемыми на экране, равно 20,2 см (рис. 31.3). Определить: 1) постоянную d дифракционной решетки; 2) число n штрихов на 1 см; 3) число максимумов, которое при этом дает дифракционная решетка; 4) максимальный угол φ_{max} отклонения лучей, соответствующих последнему дифракционному максимуму.

Решение. 1. Постоянная d дифракционной решетки, длина волны λ и угол φ отклонения лучей, соответствующий k-му дифракционному максимуму, связаны соотношением

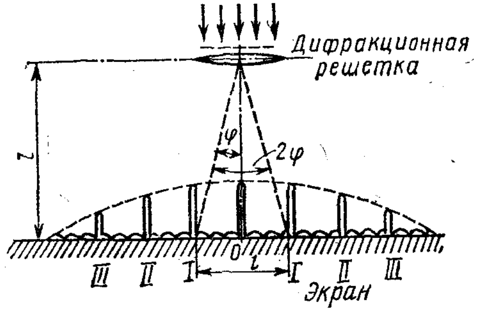

Рис. 31.3

$$d \sin \varphi = k\lambda, \qquad (1)$$

где k — порядок спектра, или в случае монохроматического света порядок максимума.

В данном случае $k = 1$, $\sin \varphi = \operatorname{tg} \varphi$ (ввиду того, что $\frac{l}{2} \ll L$), $\operatorname{tg} \varphi = \frac{l/2}{2}$ (следует из рис. 31.3). С учетом последних трех равенств соотношение (1) примет вид

$$d \frac{l}{2L} = \lambda, \qquad (2)$$

откуда постоянная решетки

$$d = 2L\lambda/l.$$

Подставляя данные, получим

$$d = 4{,}95 \text{ мкм}.$$

2. Число штрихов на 1 см найдем из формулы

$$n = 1/d.$$

После подстановки числовых значений получим

$$n = 2{,}02 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}.$$

3. Для определения числа максимумов, даваемых дифракционной решеткой, вычислим сначала максимальное значение k_{max}, исходя из того, что максимальный угол отклонения лучей решеткой не может превышать 90°.

Из формулы (1) запишем

$$k_{max} = d \sin \varphi/\lambda. \qquad (3)$$

Подставляя сюда значения величин, получим

$$k_{max} = 9{,}9.$$

Число k обязательно должно быть целым. В то же время оно не может принять значение, равное 10, так как при этом значении $\sin \varphi$ должен быть больше единицы, что невозможно. Следовательно, $k_{max} = 9$.

Определим общее число максимумов дифракционной картины, полученной посредством дифракционной решетки. Влево и вправо от центрального максимума будет наблюдаться по одинаковому числу максимумов, равному k_{max}, т. е. всего $2k_{max}$. Если учесть также центральный нулевой максимум, получим общее число максимумов

$$N = 2k_{max} + 1.$$

Подставляя значение k_{max}, определим

$$N = 2 \cdot 9 + 1 = 19.$$

4. Для определения максимального угла отклонения лучей, соответствующего последнему дифракционному максимуму, выразим из соотношения (3) синус этого угла:

$$\sin \varphi_{max} = k_{max}\lambda/d.$$

Отсюда

$$\varphi_{max} = \arcsin (k_{max}\lambda/d).$$

Подставив сюда значения величин λ, d, k_{max} и произведя вычисления, получим

$$\varphi_{max} = 65{,}4°.$$

Задачи

Зоны Френеля

1-1. Зная формулу радиуса k-й зоны Френеля для сферической волны ($\rho_k = \sqrt{abk\lambda/(a+b)}$), вывести соответствующую формулу для плоской волны.

1-2. Вычислить радиус ρ_5 пятой зоны Френеля для плоского волнового фронта ($\lambda = 0{,}5$ мкм), если построение делается для точки наблюдения, находящейся на расстоянии $b = 1$ м от фронта волны.

1-3. Радиус ρ_4 четвертой зоны Френеля для плоского волнового фронта равен 3 мм. Определить радиус ρ_6 шестой зоны Френеля.

1-4. На диафрагму с круглым отверстием диаметром $d = 4$ мм падает нормально параллельный пучок лучей монохроматического света ($\lambda = 0{,}5$ мкм). Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии $b = 1$ м от него. Сколько зон Френеля укладывается в отверстии? Темное или светлое пятно получится в центре дифракционной картины, если в месте наблюдения поместить экран?

1-5. Плоская световая волна ($\lambda = 0{,}5$ мкм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием диаметром $d = 1$ см. На каком расстоянии b от отверстия должна находиться точка наблюдения, чтобы отверстие открывало: 1) одну зону Френеля? 2) две зоны Френеля?

1-6. Плоская световая волна падает нормально на диафрагму с круглым отверстием. В результате дифракции в некоторых точках оси отверстия, находящихся на расстояниях b_i от его центра, наблю-

§ 32. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

Основные формулы

1. Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21},$$

где i_B — угол падения, при котором отраженная световая волна полностью поляризована; n_{21} — относительный показатель преломления.

2. Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где I — интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор; I_0 — интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; α — угол между направлением колебаний светового вектора волны, падающей на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора.

3. Степень поляризации света

$$P = (I_{max} - I_{min})/(I_{max} + I_{min}),$$

где I_{max} и I_{min} — максимальная и минимальная интенсивности частично-поляризованного света, пропускаемого анализатором.

4. Угол поворота φ плоскости поляризации оптически активными веществами определяется соотношениями:

в твердых телах $\varphi = \alpha d$,

где α — постоянная вращения; d — длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

в чистых жидкостях $\varphi = [\alpha]\rho d$,

где $[\alpha]$ — удельное вращение; ρ — плотность жидкости;

в растворах $\varphi = [\alpha]Cd$,

где C — массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Примеры решения задач

1. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света составляет угол $\varphi = 97°$ с падающим пучком (рис. 3.21). Определить показатель преломления n жидкости, если отраженный свет полностью поляризован.

Решение. Согласно закону Брюстера, свет, отраженный от диэлектрика, полностью поляризован в том случае, если тангенс угла падения

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21},$$

где n_{21} — относительный показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления этих сред. Следовательно,

$$\operatorname{tg} i_B = n_2/n_1.$$

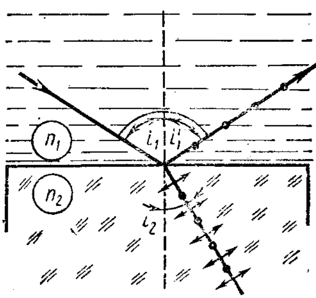

Рис. 32.1

Согласно условию задачи, отраженный луч повернут на угол φ относительно падающего луча. Так как угол падения равен углу отражения, то $i_B = \varphi/2$ и, следовательно, $\operatorname{tg}(\varphi/2) = n_2/n_1$, откуда

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg}(\varphi/2)}.$$

Сделав подстановку числовых значений, получим

$$n_1 = 1{,}33.$$

2. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол α между их плоскостями пропускания равен 60°. Определить: 1) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через один николь (N_1); 2) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохож-

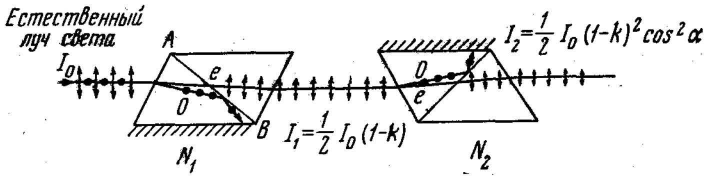

Рис. 32.2

дении через оба николя? При прохождении каждого из николей потери на отражение и поглощение света составляют 5%.

Решение. 1 Пучок естественного света, падая на грань николя N_1 (рис. 32.2), расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два пучка: обыкновенный и необыкновенный. Оба пучка одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы. Плоскость колебаний для необыкновенного пучка лежит в плоскости чертежа (плоскость главного сечения). Плоскость колебаний для обыкновенного пучка перпендикулярна плоскости чертежа. Обыкновенный пучок (o) вследствие полного отражения от границы AB отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный пучок (e) проходит через николь. При этом интенсивность света уменьшается вследствие поглощения в веществе николя.

Таким образом, интенсивность света, прошедшего через николь N_1,

$$I_1 = {}^1/_2 I_0 (1-k)$$

где $k = 0{,}05$ — относительная потеря интенсивности света в николе; I_0 — интенсивность естественного света, падающего на николь N_1.

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность I_0 естественного света на интенсивность I_1 поляризованного света:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0}{{}^1/_2 I_0 (1-k)} = \frac{2}{1-k}. \qquad (1)$$

Подставив числовые значения, найдем

$$I_0/I_1 = 2{,}10.$$

Таким образом, интенсивность света при прохождении через николь N_1 уменьшается в 2,10 раза.

2. Пучок плоскополяризованного света интенсивности I_1 падает на николь N_2 и также расщепляется на обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный пучок полностью поглощается в николе, а интенсивность необыкновенного пучка света, вышедшего из николя, определяется законом Малюса (без учета поглощения в этом николе):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha,$$

где α — угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и плоскостью пропускания николя N_2.

Учитывая потери интенсивности во втором николе, получим

$$I_2 = I_1 (1 - k) \cos^2 \alpha.$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя найдем, разделив интенсивность I_0 естественного света на интенсивность I_2 света, прошедшего систему из двух николей:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1 (1-k) \cos^2 \alpha}.$$

Заменяя I_0/I_1 его выражением по формуле (1), получим

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2 \cos^2 \alpha}.$$

Подставив данные, произведем вычисления:

$$I_0/I_2 = 8{,}86.$$

Таким образом, после прохождения света через два николя интенсивность его уменьшится в 8,86 раза.

3. Пучок частично-поляризованного света рассматривается через николь. Первоначально николь установлен так, что его плоскость пропускания параллельна плоскости колебаний линейно-поляризованого света. При повороте николя на угол $\varphi = 60°$ интенсивность пропускаемого им света уменьшилась в $k = 2$ раза. Определить отношение $I_e/I_п$ интенсивностей естественного и линейно-поляризованного света, составляющих данный частично-поляризованный свет, а также степень поляризации P пучка света.

Решение. Отношение интенсивности I_e естественного света к интенсивности $I_п$ поляризованного света найдем из следующих соображений. При первоначальном положении николя он полностью пропустит линейно-поляризованный свет и половину интенсивности естественного света. Общая интенсивность пропущенного при этом света

$$I_1 = I_п + {}^1/_2 I_e.$$

При втором положении николя интенсивность пропущенного поляризованного света определится по закону Малюса, а интенсивность пропущенного естественного света, как и в первом случае, будет равна половине интенсивности естественного света, падающего на николь. Общая интенсивность во втором случае

$$I_2 = I_{п} \cos^2 \varphi + {}^1/_2\, I_e.$$

В соответствии с условием задачи $I_1 = kI_2$, или

$$I_{п} + {}^1/_2\, I_e = k\,(I_{п} \cos^2 \varphi + {}^1/_2\, I_e).$$

Подставив сюда значение угла φ, k и произведя вычисления, получим

$$I_e/I_{п} = 1, \text{ или } I_e = I_{п},$$

т. е. интенсивности естественного и поляризованного света в заданном пучке равны между собой.

Степень поляризации частично-поляризованного света определяется соотношением

$$P = (I_{max} - I_{min})/(I_{max} + I_{min}), \qquad (1)$$

где I_{max} и I_{min} — соответственно максимальная и минимальная интенсивности света, пропущенного через николь.

Максимальная интенсивность $I_{max} = I_1 = I_{п} + {}^1/_2 I_e$, или, учитывая, что $I_e = I_{п}$,

$$I_{max} = {}^3/_2\, I_{п}.$$

Минимальная интенсивность соответствует положению николя, при котором плоскость пропускания его перпендикулярна плоскости колебаний линейно-поляризованного света. При таком положении николя поляризованный свет будет полностью погашен и через николь пройдет только половина интенсивности естественного света. Общая интенсивность выразится равенством

$$I_{min} = {}^1/_2 I_e = {}^1/_2\, I_{п}.$$

Подставив найденные выражения I_{max} и I_{min} в формулу (1), получим

$$P = \frac{{}^3/_2\, I_{п} - {}^1/_2\, I_{п}}{{}^3/_2\, I_{п} + {}^1/_2\, I_{п}} = {}^1/_2.$$

Следовательно, степень поляризации пучка света

$$P = 1/2.$$

4. Пластинка кварца толщиной $d_1 = 1$ мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол $\varphi_1 = 20°$. Определить: 1) какова должна быть толщина d_2 кварцевой пластинки, помещенной между двумя «параллельными» николями, чтобы свет был полностью погашен; 2) какой длины l трубку с раствором сахара массовой концентрацией $C = 0{,}4$ кг/л надо поместить

между николями для получения того же эффекта? Удельное вращение $[\alpha]$ раствора сахара равно 0,665 град/ (м · кг · м$^{-3}$).

Решение. 1. Угол поворота плоскости поляризации кварцевой пластинкой определяется соотношением $\varphi = \alpha d$.

Пользуясь этой формулой выразим искомую толщину d_2 пластинки:

$$d_2 = \varphi_2/\alpha, \tag{1}$$

где φ_2 —угол поворота плоскости поляризации, при котором свет будет полностью погашен ($\varphi_2 = 90°$).

Постоянную вращения α для кварца найдем также из формулы $\varphi = \alpha d$, подставив в нее заданные в условии задачи значения d_1 и φ_1:

$$\alpha = \varphi_1/d_1.$$

Подставив это выражение α в формулу (1), получим

$$d_2 = (\varphi_2/\varphi_1)d_1.$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем толщину пластинки:

$$d_2 = 4{,}5 \text{ мм}.$$

2. Длину трубки с сахарным раствором найдем из соотношения $\varphi_2 = [\alpha]Cl$, выражающего угол поворота плоскости поляризации раствором сахара, где l — толщина раствора сахара (принимается равной длине трубки). Отсюда получим

$$l = \varphi_2/\left([\alpha]C\right).$$

Подставив сюда значения φ_2, $[\alpha]$, $C = 0{,}4$ кг/л $=400$ кг/м^3 и произведя вычисления, найдем

$$l = 3{,}8 \text{ дм}.$$

Задачи

Закон Брюстера. Закон Малюса

32-1. Пучок света, идущий в воздухе, падает на поверхность жидкости под углом $i = 54°$. Определить угол преломления i' пучка, если отраженный пучок полностью поляризован.

32-2. На какой угловой высоте φ над горизонтом должно находиться Солнце, чтобы солнечный свет, отраженный от поверхности воды, был полностью поляризован?

32-3. Пучок естественного света, идущий в воде, отражается от грани алмаза, погруженного в воду. При каком угле падения i_B отраженный свет полностью поляризован?

32-4. Угол Брюстера i_B при падении света из воздуха на кристалл каменной соли равен 57°. Определить скорость света в этом кристалле.

32-19. Пластинку кварца толщиной $d = 2$ мм, вырезанную перпендикулярно оптической оси, поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации света повернулась на угол $\varphi = 53°$. Определить толщину h пластинки, при которой данный монохроматический свет не проходит через анализатор.

32-20. Никотин (чистая жидкость), содержащийся в стеклянной трубке длиной $l = 8$ см, поворачивает плоскость поляризации желтого света натрия на угол $\varphi = 137°$. Плотность никотина $\rho = 1{,}01 \times 10^3$ кг/м^3. Определить удельное вращение $[\alpha]$ никотина.

32-21. Раствор глюкозы с массовой концентрацией $C_1 = 280$ кг/м^3, содержащийся в стеклянной трубке, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света, проходящего через этот раствор, на угол $\varphi_1 = 32°$. Определить массовую концентрацию C_2 глюкозы в другом растворе, налитом в трубку такой же длины, если он поворачивает плоскость поляризации на угол $\varphi_2 = 24°$.

32-22. Угол φ поворота плоскости поляризации желтого света натрия при прохождении через трубку с раствором сахара равен 40°. Длина трубки $l = 15$ см. Удельное вращение $[\alpha]$ сахара равно $1{,}17 \times 10^{-2}$ рад · м^3/(м · кг).

§ 33. ОПТИКА ДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛ

Основные формулы

1. Эффект Доплера в релятивистском случае

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta\cos\vartheta},$$

где ν — частота электромагнитного излучения, воспринимаемого наблюдателем; ν_0 — собственная частота электромагнитного излучения, испускаемого неподвижным источником; $\beta = v/c$ — скорость источника электромагнитного излучения относительно наблюдателя; c — скорость распространения электромагнитного излучения в вакууме; ϑ — угол между вектором $\mathbf{v}$ и направлением наблюдения, измеренный в системе отсчета, связанной с наблюдателем.

При движении источника вдоль прямой, соединяющей наблюдателя и источник, возможны два случая:

а) источник удаляется от наблюдателя ($\vartheta = 0$)

$$\nu = \nu_0 \sqrt{(1-\beta)/(1+\beta)},$$

б) источник приближается к наблюдателю ($\vartheta = \pi$)

$$\nu = \nu_0 \sqrt{(1+\beta)/(1-\beta)}.$$

2. Эффект Доплера в нерелятивистском случае

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v}{c}\cos\vartheta,$$

где $\Delta\nu$ — изменение частоты ($\Delta\nu = \nu - \nu_0$).

3. Эффект Вавилова—Черенкова.

При движении заряженной частицы в некоторой среде со скоростью v, большей фазовой скорости света в данной среде, возникает излучение света. Свет этот распространяется по направлениям, составляющим острый угол ϑ с траекторией частицы, т. е. вдоль образующих конуса, ось которого совпадает с направлением скорости частицы. Угол ϑ определяется из соотношения

$$\cos\vartheta = c/(nv), \quad \text{или} \quad \cos\vartheta = 1/(\beta n),$$

где n — показатель преломления среды, в которой движется заряженная частица.

Примеры решения задач

1. Источник монохроматического света с длиной волны $\lambda_0 = 600$ нм движется по направлению к наблюдателю со скоростью $v = 0{,}1\,c$ (c — скорость распространения электромагнитных волн). Определить длину волны λ излучения, которую зарегистрирует спектральный прибор наблюдателя.

Решение. В системе отсчета, связанной с наблюдателем, спектральный прибор зарегистрирует электромагнитное излучение частоты

$$\nu = \nu_0\sqrt{1-\beta^2}/(1+\beta\cos\vartheta), \qquad (1)$$

где ν_0 — собственная частота монохроматического излучения источника; $\beta = v/c$; ϑ — угол между вектором $\mathbf{v}$ и направлением наблюдения, измеренный в системе отсчета, связанной с наблюдателем.

Выразим частоты ν и ν_0 через длины волн λ и λ_0: $\nu = c/\lambda$ и $\nu_0 = c/\lambda_0$. Заметив, что в нашем случае $\vartheta = \pi$ ($\cos\vartheta = -1$), перепишем формулу (1) с учетом последних соотношений:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0}\,\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta},$$

откуда

$$\lambda = \lambda_0\sqrt{(1-\beta)/(1+\beta)}.$$

Подставим значения β ($\beta = v/c = 0{,}1$) и λ_0 в полученное выражение и произведем вычисления:

$$\lambda = 542 \text{ нм}.$$

2. Каким минимальным импульсом $p_{\min}$ (в единицах МэВ/c) должен обладать электрон, чтобы эффект Вавилова—Черенкова можно было наблюдать в воде?

Решение. Эффект Вавилова—Черенкова состоит в излучении света, возникающем при движении в веществе заряженных частиц со скоростью v, превышающей скорость распространения световых волн (фазовую скорость) в этой среде. Так как фазовая скорость света $v_ф = c/n$ (c — скорость распространения электромагнитного излучения в вакууме; n — показатель преломления среды), то условием возникновения эффекта Вавилова—Черенкова является

$$v > v_ф, \quad \text{или} \quad v > c/n.$$

Обычно это условие записывают иначе, учитывая, что $\beta = v/c$:

$$\beta n > 1. \qquad (1)$$

Поскольку черенковское излучение наблюдается для релятивистских частиц, то запишем сначала выражение для релятивистского импульса

$$p = mv = m_0 v/\sqrt{1-\beta^2}, \text{ или } p = m_0 c\beta/\sqrt{1-\beta^2},$$

где учтено, что $v = \beta c$.

Минимальному импульсу соответствует минимальное значение β_{min}, которое находим из условия (1):

$$\beta_{min} = 1/n.$$

Тогда минимальное значение импульса

$$p_{min} = m_0 c/\sqrt{n^2-1}. \qquad (2)$$

Вычисления выполним во внесистемных единицах — МэВ/c (c — скорость распространения электромагнитного излучения). Для этого поступим следующим образом. Известно, что $m_0c^2 = 0{,}511$ МэВ, отсюда запишем $m_0c = 0{,}511$ МэВ/c. Подставив в (2) $n = 1{,}33$ и найденное значение m_0c, произведем вычисления:

$$p_{min} = 0{,}583 \text{ МэВ}/c.$$

Задачи

Эффект Доплера

33-1. При какой предельной скорости v (в долях скорости света) источника можно вместо релятивистской формулы $\nu = \nu_0\sqrt{(1-\beta)/(1+\beta)}$ для эффекта Доплера пользоваться приближенным выражением $\nu \approx \nu_0(1-\beta)$, если погрешность в определении частоты не должна превышать 1%?

33-2. Для определения угловой скорости вращения солнечного диска измеряли относительный сдвиг $\Delta\lambda/\lambda$ спектральных линий от восточного и западного краев Солнца. Он оказался равным $1{,}5 \cdot 10^{-5}$. Определить угловую скорость ω вращения солнечного диска. Радиус R Солнца считать известным.

33-3. Космический корабль удаляется от Земли со скоростью $v = 10$ км/с. Частота ν_0 электромагнитных волн, излучаемых антенной корабля, равна 30 МГц. Определить доплеровское смещение $\Delta\nu$ частоты, воспринимаемой приемником.

33-4. При изучении спектра излучения некоторой туманности линия излучения водорода ($\lambda_\alpha = 656{,}3$ нм) оказалась смещенной на $\Delta\lambda = 2{,}5$ нм в область с большей длиной волны (красное смещение). Найти скорость v движения туманности относительно Земли и указать, удаляется она от Земли или приближается к ней.

ГЛАВА 7

КВАНТОВООПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ. ФИЗИКА АТОМА

§ 34. ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Основные формулы

В данном параграфе использованы новые термины, рекомендованные Международной организацией по стандартизации (ИСО) и Государственным комитетом СССР по стандартизации. В приведенной таблице указаны наименования величин новые и соответствующие им прежние:

Новое наименование	Прежнее наименование
Излучательность	Энергетическая светимость
Облученность	Энергетическая освещенность
Спектральная плотность излучательности	Спектральная плотность энергетической светимости
Сила излучения	Энергетическая сила света
Лучистость	Энергетическая яркость

1. Закон Стефана—Больцмана

$$R_e = \sigma T^4,$$

где R_e — излучательность абсолютно черного тела; T — термодинамическая температура; σ — постоянная Стефана—Больцмана [$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/ (м$^2 \times$ $\times$ К^4)].

2. Излучательность серого тела

$$R_e = a_T \sigma T^4,$$

где a_T — коэффициент черноты (коэффициент излучения) серого тела.

3. Закон смещения Вина

$$\lambda_m = b/T,$$

где λ_m — длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения; b — постоянная закона смещения Вина ($b = 2{,}90 \cdot 10^{-3}$ м $\cdot$ К).

4. Формула Планка

$$r_{\lambda, T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(\lambda kT)} - 1},$$

$$r_{\omega, T} = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\hbar\omega/(kT)} - 1},$$

где $r_{\lambda, T}$, $r_{\omega, T}$ — спектральные плотности излучательности абсолютно черного тела; λ — длина волны; ω — круговая частота; c — скорость света в вакууме;

k — постоянная Больцмана; T — термодинамическая температура; h — постоянная Планка; $\hbar = h/(2\pi)$ — постоянная Планка, деленная на 2π*.

5. Зависимость максимальной спектральной плотности излучательности от температуры

$$(r_{\lambda, T})_{max} = CT^5,$$

где C — постоянная [$C = 1{,}30 \cdot 10^{-5}$ Вт/ (м^3 · К^5)].

Примеры решения задач

1. Исследование спектра излучения Солнца показывает, что максимум спектральной плотности излучательности соответствует длине волны $\lambda = 500$ нм. Принимая Солнце за абсолютно черное тело, определить: 1) излучательность R_e Солнца; 2) поток энергии Φ, излучаемый Солнцем; 3) массу m электромагнитных волн (всех длин), излучаемых Солнцем за 1 с.

Решение. 1. Излучательность R_e абсолютно черного тела выражается формулой Стефана—Больцмана:

$$R_e = \sigma T^4. \tag{1}$$

Температура излучающей поверхности может быть определена из закона смещения Вина: $\lambda_m = b/T$. Выразив отсюда температуру T и подставив ее в формулу (1), получим

$$R_e = \sigma (b/\lambda_m)^4 \tag{2}$$

Произведя вычисления по формуле (2), найдем

$$R_e = 64 \text{ МВт/м}^2.$$

2. Поток энергии Φ, излучаемый Солнцем, равен произведению излучательности Солнца на площадь S его поверхности: $\Phi = R_e S$, или

$$\Phi = 4\pi r^2 R_e, \tag{3}$$

где r — радиус Солнца.

Подставив в формулу (3) значения π, r и R_e и произведя вычисления, получим

$$\Phi = 3{,}9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}.$$

3. Массу электромагнитных волн (всех длин), излучаемых Солнцем за время $t = 1$ с, определим, применив закон пропорциональности массы и энергии $E = mc^2$. Энергия электромагнитных волн, излучаемых за время t, равна произведению потока энергии Φ (мощности излучения) на время: $E = \Phi t$. Следовательно, $\Phi t = mc^2$, откуда $m = \Phi t/c^2$.

Произведя вычисления по этой формуле, найдем

$$m = 4 \text{ Тг}.$$

---

* Первоначально постоянной Планка называлась величина $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ Дж · с. Позднее постоянной Планка стали называть также величину $\hbar = h/2\pi = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. При дальнейшем изложении в данном пособии все больше будет отдаваться предпочтение величине $\hbar$.

2. Длина волны λ_m, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, равна 0,58 мкм. Определить максимальную спектральную плотность излучательности $(r_{\lambda,T})_{max}$, рассчитанную на интервал длин волн $\Delta\lambda = 1$ нм, вблизи λ_m.

Решение. Максимальная спектральная плотность излучательности пропорциональна пятой степени температуры Кельвина и выражается формулой

$$(r_{\lambda,T})_{max} = CT^5. \qquad (1)$$

Температуру T выразим из закона смещения Вина $\lambda_m = b/T$, откуда $T = b/\lambda_m$.

Подставив полученное выражение температуры в формулу (1), найдем

$$(r_{\lambda,T})_{max} = C\,(b/\lambda_m)^5. \qquad (2)$$

В таблице «Основные физические постоянные» значение C дано в единицах СИ, в которых единичный интервал длин волн $\Delta\lambda = 1$ м. По условию же задачи требуется вычислить спектральную плотность излучательности, рассчитанную на интервал длин волн 1 нм, поэтому выпишем значение C в единицах СИ и пересчитаем его на заданный интервал длин волн:

$$C = 1{,}30 \cdot 10^{-5}\ \text{Вт/(м}^3\cdot\text{К}^5) = 1{,}30\cdot 10^{-5}\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{м}\cdot\text{К}^5) =$$
$$= 1{,}30\cdot 10^{-14}\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{нм}\cdot\text{К}^5).$$

Вычисление по формуле (2) дает

$$(r_{\lambda,T})_{max} = 40{,}6\ \text{кВт/(м}\cdot\text{нм)}.$$

Задачи

Закон Стефана—Больцмана

34-1. Определить температуру T, при которой излучательность R_e абсолютно черного тела равна 10 кВт/м^2.

34-2. Поток энергии Φ, излучаемый из смотрового окошка плавильной печи, равен 34 Вт. Определить температуру T печи, если площадь отверстия $S = 6$ см^2.

34-3. Определить энергию W, излучаемую за время $t = 1$ мин из смотрового окошка площадью $S = 8$ см^2 плавильной печи, если ее температура $T = 1{,}2$ кК.

34-4. Температура T верхних слоев звезды Сириус равна 10 кК. Определить поток энергии Φ, излучаемый с поверхности площадью $S = 1$ км^2 этой звезды.

34-5. Определить относительное увеличение $\frac{\Delta R_e}{R_e}$ излучательности абсолютно черного тела при увеличении его температуры на 1%.

34-6. Во сколько раз надо увеличить термодинамическую температуру абсолютно черного тела, чтобы его излучательность R_e возросла в два раза?

34-18. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела максимум спектральной плотности излучательности $(r_{\lambda,\,T})_{\max}$ сместился с $\lambda_1 = 2{,}4$ мкм на $\lambda_2 = 0{,}8$ мкм. Как и во сколько раз изменились излучательность R_e тела и максимальная спектральная плотность излучательности?

34-19. При увеличении термодинамической температуры T абсолютно черного тела в два раза длина волны λ_m, на которую приходится максимум спектральной плотности излучательности $(r_{\lambda,\,T})_{\max}$, уменьшилась на $\Delta\lambda = 400$ нм. Определить начальную и конечную температуры T_1 и T_2.

34-20. Эталон единицы силы света — кандела — представляет собой полный (излучающий волны всех длин) излучатель, поверхность которого площадью $S = 0{,}5305$ мм^2 имеет температуру t затвердевания платины, равную 1063°С. Определить мощность P излучателя.

34-21. Максимальная спектральная плотность излучательности $(r_{\lambda,\,T})_{\max}$ абсолютно черного тела равна $4{,}16 \cdot 10^{11}\ \dfrac{\text{Вт/м}^2}{\text{м}}$. На какую длину волны λ_m оно приходится?

34-22. Температура T абсолютно черного тела равна 2 кК. Определить: 1) спектральную плотность излучательности $r_{\lambda,T}$ для длины волны $\lambda = 600$ нм; 2) излучательность R_e в интервале длин волн от $\lambda_1 = 590$ нм до $\lambda_2 = 610$ нм. Принять, что средняя спектральная плотность излучательности тела в этом интервале равна значению, найденному для длины волны $\lambda = 600$ нм.

§ 35. ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ

Основные формулы

1. Формула Эйнштейна в общем случае

$$\varepsilon = h\nu = A + T_{\max}, \quad \text{или} \quad \hbar\omega = A + T_{\max},$$

где $\varepsilon = h\nu = \hbar\omega$ — энергия фотона, падающего на поверхность металла; A — работа выхода электрона из металла; $T_{\max}$ — максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона;

в случае, если энергия фотона много больше работы выхода ($h\nu \gg A$),

$$h\nu = T_{\max}, \quad \text{или} \quad \hbar\omega = T_{\max}.$$

2. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона в двух случаях (нерелятивистском и релятивистском) выражается различными формулами:

а) если фотоэффект вызван фотоном, имеющим незначительную энергию ($h\nu = \hbar\omega < 5$ кэВ), то

$$T_{\max} = {}^1/{}_2 m_0 v_{\max}^2,$$

где m_0 — масса покоя электрона;

б) если фотоэффект вызван фотоном, обладающим большой энергией ($h\nu = \hbar\omega \gg 5$ кэВ), то

$$T_{\max} = (m - m_0)\,c^2, \quad \text{или} \quad T_{\max} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right),$$

где $\beta = v_{\max}/c$, m — масса релятивистского электрона.

3. Красная граница фотоэффекта

$$\lambda_0 = hc/A, \text{ или } \lambda_0 = 2\pi\hbar c/A; \quad \nu_0 = A/h, \text{ или } \omega_0 = A/\hbar,$$

где λ_0 — максимальная длина волны излучений (ν_0 и ω_0 — минимальные соответственно частота и круговая частота), при которых еще возможен фотоэффект.

Примеры решения задач

1. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda_1 = 0,155$ мкм; 2) γ — излучением с длиной волны $\lambda_2 = 2,47$ пм.

Решение. Максимальную скорость фотоэлектронов определим из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта

$$\varepsilon = A + T_{max}. \tag{1}$$

Энергия фотона вычисляется по формуле $\varepsilon = hc/\lambda$, работа выхода A указана в табл. 22; для серебра $A = 4,7$ эВ.

Кинетическая энергия фотоэлектрона в зависимости от того, *какая скорость ему сообщается, может быть выражена или по классической* формуле

$$T = {}^1/_2 m_0 v^2, \tag{2}$$

или по релятивистской

$$T = (m - m_0)c^2. \tag{3}$$

Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект: если энергия фотона ε много меньше энергии покоя электрона E_0, то может быть применена формула (2); если же ε сравнима по размеру с E_0, то вычисление по формуле (2) приводит к грубой ошибке, в этом случае кинетическую энергию фотоэлектрона необходимо выражать по формуле (3).

1. В формулу энергии фотона $\varepsilon = hc/\lambda$ подставим значения величин h, c и λ и, произведя вычисления, для ультрафиолетового излучения получим

$$\varepsilon_1 = 1,28 \text{ аДж} = 8 \text{ эВ}.$$

Это значение энергии фотона много меньше энергии покоя электрона (0,51 МэВ). Следовательно, для данного случая максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона в формуле (1) может быть выражена по классической формуле (2) $\varepsilon_1 = A + {}^1/_2 m_0 v_{max}^2$, откуда

$$v_{max} = \sqrt{2(\varepsilon_1 - A)/m_0}. \tag{4}$$

Выпишем величины, входящие в формулу (4):

$$\varepsilon_1 = 1,28 \cdot 10^{-18} \text{ Дж (вычислено выше)};$$

$$A = 4,7 \text{ эВ} = 4,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 0,75 \cdot 10^{-18} \text{ Дж};$$

$$m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг (см. табл. 25)}.$$

Подставив числовые значения в формулу (4), найдем максимальную скорость:

$$v_{max} = 1{,}08 \text{ Мм/с}.$$

2. Вычислим теперь энергию фотона γ-излучения:

$$\varepsilon_2 = hc/\lambda_2 = 8{,}04 \text{ фДж} = 0{,}502 \text{ МэВ}.$$

Работа выхода электрона ($A = 4{,}7$ эВ) пренебрежимо мала по сравнению с энергией γ-фотона, поэтому можно принять, что максимальная кинетическая энергия электрона равна энергии фотона:

$$T_{max} = \varepsilon_2 = 0{,}502 \text{ МэВ}.$$

Так как в данном случае кинетическая энергия электрона сравнима с его энергией покоя, то для вычисления скорости электрона следует взять релятивистскую формулу кинетической энергии $T = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)$, где $E_0 = m_0c^2$. Выполнив преобразования, найдем

$$\beta = \sqrt{(2E_0 + T)\,T}/(E_0 + T).$$

Сделав вычисления, получим

$$\beta = 0{,}755.$$

Следовательно, максимальная скорость фотоэлектронов, вырываемых γ-излучением,

$$v_{max} = c\beta = 226 \text{ Мм/с}.$$

2. Определить красную границу λ_0 фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности фиолетовым светом длиной волны $\lambda = 400$ нм максимальная скорость v_{max} фотоэлектронов равна 0,65 Мм/с.

Решение. При облучении светом, длина волны λ_0 которого соответствует красной границе фотоэффекта, скорость, а следовательно, и кинетическая энергия фотоэлектронов равны нулю. Поэтому уравнение Эйнштейна для фотоэффекта $\varepsilon = A + T$ в случае красной границы запишется в виде

$$\varepsilon = A, \quad \text{или} \quad \frac{hc}{\lambda_0} = A.$$

Отсюда

$$\lambda_0 = hc/A. \qquad (1)$$

Работу выхода для цезия определим с помощью уравнения Эйнштейна:

$$A = \varepsilon - T = \frac{hc}{\lambda} - \frac{mv^2}{2}. \qquad (2)$$

Выпишем числовые значения величин, выразив их в СИ: $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с; $\lambda = 400$ нм $= 4 \cdot 10^{-7}$ м; $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг; $v = 6{,}5 \cdot 10^5$ м/с. Подставив эти значения величин в формулу (2) и вычислив, получим

$$A = 3{,}05 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 0{,}305 \text{ аДж}.$$

Для определения красной границы фотоэффекта подставим значения A, h и c в формулу (1) и вычислим:

$$\lambda_0 = 640 \text{ нм}.$$

Задачи

35-1. Определить работу выхода A электронов из натрия, если красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 500$ нм.

35-2. Будет ли наблюдаться фотоэффект, если на поверхность серебра направить ультрафиолетовое излучение с длиной волны $\lambda = 300$ нм?

35-3. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 307$ нм и максимальная кинетическая энергия T_{max} фотоэлектрона равна 1 эВ?

35-4. На поверхность лития падает монохроматический свет ($\lambda = 310$ нм). Чтобы прекратить эмиссию электронов, нужно приложить задерживающую разность потенциалов U не менее 1,7 В. Определить работу выхода A.

35-5. Для прекращения фотоэффекта, вызванного облучением ультрафиолетовым светом платиновой пластинки, нужно приложить задерживающую разность потенциалов $U_1 = 3{,}7$ В. Если платиновую пластинку заменить другой пластинкой, то задерживающую разность потенциалов придется увеличить до 6 В. Определить работу A выхода электронов с поверхности этой пластинки.

35-6. На цинковую пластинку падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 220$ нм. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов.

35-7. Определить длину волны λ ультрафиолетового излучения, падающего на поверхность некоторого металла, при максимальной скорости фотоэлектронов, равной 10 Мм/с. Работой выхода электронов из металла пренебречь.

35-8. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов, вылетающих из металла под действием γ-излучения с длиной волны $\lambda = 0{,}3$ нм.

35-9. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении γ-фотонами с энергией $\varepsilon = 1{,}53$ МэВ.

35-10. Максимальная скорость v_{max} фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении его γ-фотонами, равна 291 Мм/с. Определить энергию ε γ-фотонов.

§ 36. ДАВЛЕНИЕ СВЕТА. ФОТОНЫ

Основные формулы

1. Давление, производимое светом при нормальном падении,

$$p=\frac{E_e}{c}(1+\rho), \text{ или } p=w(1+\rho),$$

где E_e — облученность поверхности; c — скорость электромагнитного излучения в вакууме; w — объемная плотность энергии излучения; ρ — коэффициент отражения.

2. Энергия фотона

$$\varepsilon=h\nu=hc/\lambda, \text{ или } \varepsilon=\hbar\omega,$$

где h — постоянная Планка; $\hbar=h/(2\pi)$; ν — частота света; ω — круговая частота; λ — длина волны.

3. Масса и импульс фотона выражаются соответственно формулами

$$m=\frac{\varepsilon}{c^2}=\frac{h}{c\lambda} \text{ и } p=mc=\frac{h}{\lambda}.$$

Примеры решения задач

1. Пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda=663$ нм падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток энергии $\Phi=0{,}6$ Вт. Определить силу F давления, испытываемую этой поверхностью, а также число N фотонов, падающих на нее за время $t=5$ с.

Решение. Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления p на площадь S поверхности:

$$F=pS. \tag{1}$$

Световое давление может быть найдено по формуле

$$p=E_e(\rho+1)/c \tag{2}$$

Подставляя выражение (2) давления света в формулу (1), получим

$$F=\frac{E_e S}{c}(\rho+1). \tag{3}$$

Так как произведение облученности E_e на площадь S поверхности равно потоку Φ энергии излучения, падающего на поверхность, то соотношение (3) можно записать в виде

$$F=\frac{\Phi}{c}(\rho+1).$$

После подстановки значений Φ и c с учетом, что $\rho=1$ (поверхность зеркальная), получим

$$F=4 \text{ нН}.$$

Число N фотонов, падающих за время Δt на поверхность, определяется по формуле

$$N = \Delta W/\varepsilon = \Phi\Delta t/\varepsilon,$$

где ΔW — энергия излучения, получаемая поверхностью за время Δt.

Выразив в этой формуле энергию фотона через длину волны ($\varepsilon = hc/\lambda$), получим

$$N = \Phi\lambda\Delta t/(hc).$$

Подставив в этой формуле числовые значения величин, найдем

$$N = 10^{19} \text{ фотонов}.$$

2. Параллельный пучок света длиной волны $\lambda = 500$ нм падает нормально на зачерненную поверхность, производя давление $p = 10$ мкПа. Определить: 1) концентрацию n фотонов в пучке; 2) число n_1 фотонов, падающих на поверхность площадью 1 м^2 за время 1 с.

Решение. 1. Концентрация n фотонов в пучке может быть найдена, как частное от деления объемной плотности энергии w на энергию ε одного фотона:

$$n = w/\varepsilon. \tag{1}$$

Из формулы $p = w\,(1 + \rho)$, определяющей давление света, где ρ — коэффициент отражения, найдем

$$w = p\,/(\rho + 1). \tag{2}$$

Подставив выражение для w из уравнения (2) в формулу (1), получим

$$n = \frac{p}{(\rho+1)\,\varepsilon}\,. \tag{3}$$

Энергия фотона зависит от частоты ν, а следовательно, и от длины световой волны λ:

$$\varepsilon = h\nu = hc/\lambda. \tag{4}$$

Подставив выражение для энергии фотона в формулу (3), определим искомую концентрацию фотонов:

$$n = \frac{p\lambda}{(\rho+1)\,hc}\,. \tag{5}$$

Коэффициент отражения ρ для зачерненной поверхности принимаем равным нулю.

Подставив числовые значения в формулу (5), получим

$$n = 2{,}52\cdot 10^{13}\ \text{м}^{-3}.$$

2. Число n_1 фотонов, падающих на поверхность площадью 1 м^2 за время 1 с, найдем из соотношения $n_1 = N/(St)$, где N — число фотонов, падающих за время t на поверхность площадью S. Но $N = ncSt$, следовательно,

$$n_1 = \frac{ncSt}{St} = nc.$$

Подставив сюда значения n и c, получим

$$n_1 = 7{,}56\cdot 10^{21}\ \text{м}^{-2}\cdot\text{с}^{-1}.$$

§ 37. ЭФФЕКТ КОМПТОНА

Основные формулы

1. Изменение длины волны $\Delta\lambda$ фотона при рассеянии его на электроне на угол θ

$$\Delta\lambda=\lambda'-\lambda=\frac{2\pi\hbar}{mc}(1-\cos\theta), \quad \text{или} \quad \Delta\lambda=2\frac{2\pi\hbar}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

где m — масса электрона отдачи; λ и λ' — длины волн.

2. Комптоновская длина волны

$$\lambda_C=2\pi\hbar/(mc).$$

(При рассеянии фотона на электроне λ_C = 2,436 пм).

Примеры решения задач

1. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол $\theta = 90°$. Энергия ε' рассеянного фотона равна 0,4 МэВ. Определить энергию ε фотона до рассеяния.

Решение. Для определения энергии первичного фотона воспользуемся формулой Комптона в виде

$$\lambda'-\lambda=2\,\frac{2\pi\hbar}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2}, \tag{1}$$

Формулу (1) преобразуем следующим образом: 1) выразим длины волн λ' и λ через энергии ε' и ε соответствующих фотонов, воспользовавшись соотношением $\varepsilon = 2\pi\hbar c/\lambda$; 2) умножим числитель и знаменатель правой части формулы на c. Тогда получим

$$\frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon'}-\frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon}=\frac{2\pi\hbar c}{mc^2}\,2\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

Сократив на $2\pi\hbar c$, выразим из этой формулы искомую энергию:

$$\varepsilon=\frac{\varepsilon'\,mc^2}{mc^2-\varepsilon'\cdot 2\sin^2(\theta/2)}=\frac{\varepsilon'\,E_0}{E_0-2\varepsilon'\sin^2(\theta/2)}, \tag{2}$$

где $E_0 = mc^2$ — энергия покоя электрона.

Вычисления по формуле (2) удобнее вести во внесистемных единицах. Взяв из таблицы 25 значение энергии покоя электрона в мегаэлектрон-вольтах и подставив числовые данные, получим

$$\varepsilon = 1{,}85 \text{ МэВ}.$$

2. Фотон с энергией $\varepsilon = 0{,}75$ МэВ рассеялся на свободном электроне под углом $\theta = 60°$. Принимая, что кинетическая энергия и импульс электрона до соударения с фотоном были пренебрежимо малы, определить: 1) энергию ε' рассеянного фотона; 2) кинетическую энергию T электрона отдачи; 3) направление его движения.

Решение. 1. Энергию рассеянного фотона найдем, воспользовавшись формулой Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{mc}(1 - \cos\theta).$$

Выразив длины волн λ' и λ через энергии ε' и ε соответствующих фотонов, получим

$$\frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon'} - \frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon} = \frac{2\pi\hbar}{mc}(1 - \cos\theta).$$

Разделим обе части этого равенства на $2\pi\hbar c$: $\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1-\cos\theta}{mc^2}$. Отсюда, обозначив для краткости энергию покоя электрона mc^2 через E_0, найдем

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{(\varepsilon/E_0)(1-\cos\theta)+1}, \tag{1}$$

Подставив числовые значения величин, получим

$$\varepsilon' = 0{,}43 \text{ МэВ}.$$

2. Кинетическая энергия электрона отдачи, как это следует из закона сохранения энергии, равна разности между энергией ε падающего фотона и энергией ε' рассеянного фотона:

$$T = \varepsilon - \varepsilon' = 0{,}32 \text{ МэВ}.$$

3. Направление движения электрона отдачи найдем, применив закон сохранения импульса, согласно которому импульс падающего фотона $\mathbf{p}$ равен векторной сумме импульсов рассеянного фотона $\mathbf{p}'$ и электрона отдачи $m\mathbf{v}$:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}' + m\mathbf{v}.$$

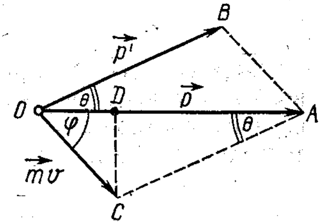

Рис. 37.1

Векторная диаграмма импульсов изображена на рис. 37.1. Все векторы проведены из точки O, где находился электрон в момент соударения с фотоном. Угол φ определяет направление движения электрона отдачи.

Из треугольника OCD находим

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{|CD|}{|OD|} = \frac{|CA|\sin\theta}{|OA| - |CA|\cos\theta}, \text{ или}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{p'\sin\theta}{p - p'\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{p/p' - \cos\theta}.$$

Так как $p = \varepsilon/c$ и $p' = \varepsilon'/c$, то

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{\varepsilon/\varepsilon' - \cos\theta}, \tag{2}$$

Преобразуем формулу (2) так, чтобы угол φ выражался непосредственно через величины ε и θ, заданные в условии задачи. Из формулы (1) следует

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}=\frac{\varepsilon}{E_0}(1-\cos\theta)+1. \qquad (3)$$

Заменим в формуле (2) соотношение ε/ε' по формуле (3):

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{\sin\theta}{(1+\varepsilon/E_0)(1-\cos\theta)}.$$

Учитывая, что $\sin\theta=2\sin(\theta/2)\cos(\theta/2)$ и $1-\cos\theta=2\sin^2(\theta/2)$, после соответствующих преобразований получим

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{\operatorname{ctg}(\theta/2)}{1+\varepsilon/E_0}, \qquad (4)$$

После вычисления по формуле (4) найдем $\operatorname{tg}\varphi=0{,}701$, откуда $\varphi=35°$.

Задачи

37-1. Рентгеновское излучение длиной волны $\lambda=55{,}8$ пм рассеивается плиткой графита (комптон-эффект). Определить длину волны λ' света, рассеянного под углом $\theta=60°$ к направлению падающего пучка света.

37-2. Определить максимальное изменение длины волны при комптоновском рассеянии: 1) на свободных электронах; 2) на свободных протонах.

37-3. Определить угол θ рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны $\Delta\lambda$ при рассеянии равно 3,62 пм.

37-4. Фотон с энергией $\varepsilon=0{,}4$ МэВ рассеялся под углом $\theta=90°$ на свободном электроне. Определить энергию ε' рассеянного фотона и кинетическую энергию T электрона отдачи.

37-5. Определить импульс p электрона отдачи при эффекте Комптона, если фотон с энергией, равной энергии покоя электрона, был рассеян на угол $\theta=180°$.

37-6. Какая доля энергии фотона при эффекте Комптона приходится на электрон отдачи, если фотон претерпел рассеяние на угол $\theta=180°$? Энергия ε фотона до рассеяния равна 0,255 МэВ.

37-7. Фотон с энергией $\varepsilon=0{,}25$ МэВ рассеялся на свободном электроне. Энергия ε' рассеянного фотона равна 0,2 МэВ. Определить угол рассеяния θ.

37-8. Угол рассеяния θ фотона равен 90°. Угол отдачи φ электрона равен 30°. Определить энергию ε падающего фотона.

37-9. Фотон ($\lambda=1$ пм) рассеялся на свободном электроне под углом $\theta=90°$. Какую долю своей энергии фотон передал электрону?

37-10. Длина волны λ фотона равна комптоновской длине λ_C электрона. Определить энергию ε и импульс p фотона.

37-11. Энергия ε падающего фотона равна энергии покоя электрона. Определить долю w_1 энергии падающего фотона, которую сохранит рассеянный фотон, и долю w_2 этой энергии, полученную электроном отдачи, если угол рассеяния θ равен: 1) 60°; 2) 90°; 3) 180°.

§ *38. АТОМ ВОДОРОДА ПО ТЕОРИИ БОРА

Основные формулы

1. Момент импульса электрона на стационарных орбитах*

$$L = mvr = n\hbar \quad (n = 1, 2, 3, \ldots),$$

где m — масса электрона; r — радиус орбиты; v — скорость электрона на орбите; n — главное квантовое число; $\hbar$ — постоянная Планка.

2. Энергия фотона, излучаемого атомом водорода при переходе из одного стационарного состояния в другое,

$$\varepsilon = 2\pi\hbar\omega = E_{n_2} - E_{n_1},$$

где ω — круговая частота излучения; E_{n_2} и E_{n_1} — энергии атома в стационарных состояниях, соответственно из которого атом переходит и в которое он переходит, или

$$\varepsilon = E_i\left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}\right),$$

где E_i — энергия ионизации** атома водорода.

3. Энергия электрона, находящегося на n-й орбите,

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2 n^2}.$$

4. Сериальная формула, определяющая длину волны света, излучаемого или поглощаемого атомом водорода при переходе электрона с одной орбиты на другую,

$$\frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

где R' — постоянная Ридберга ($R' = 1{,}10 \cdot 10^7$ м$^{-1}$).

Примеры решения задач

1. Вычислить радиус первой орбиты атома водорода (боровский радиус) и скорость электрона на этой орбите.

Решение. Согласно теории Бора, радиус r электронной орбиты и скорость v электрона на ней связаны равенством $mvr = n\hbar$. Так как в за-

* Бор исходил из предположения, что электроны обращаются по круговым орбитам. Зоммерфельд дополнил теорию Бора введением эллиптических орбит. Современная физика отказалась от представления об электронных орбитах. Вместо орбит введено понятие об энергетических уровнях атома. При этом номера уровней совпадают с номерами боровских орбит. Однако в целях наглядности иногда пользуются термином «орбита». Подробнее см. в § 47.

** Энергия ионизации, выраженная в электрон-вольтах, равна потенциалу ионизации, выраженному в вольтах. Потенциалом ионизации называется ускоряющая разность потенциалов, которую должен пройти бомбардирующий электрон, чтобы приобрести кинетическую энергию, достаточную для ионизации атома.

даче требуется определить величины, относящиеся к первой орбите, то главное квантовое число $n = 1$ и равенство примет вид

$$mvr = \hbar. \quad (1)$$

Для определения двух неизвестных величин r и v необходимо еще одно уравнение. В качестве второго уравнения воспользуемся уравнением движения электрона. Согласно теории Бора, электрон вращается вокруг ядра. При этом сила взаимодействия между электрическими зарядами ядра и электрона сообщает электрону центростремительное ускорение. На основании второго закона Ньютона можем записать

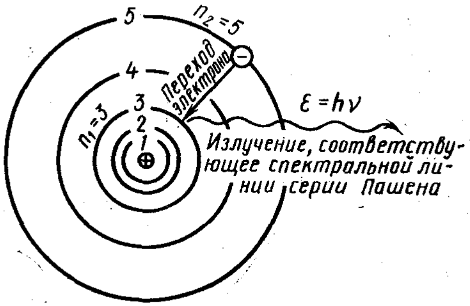

Рис. 38.1

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$$

(e и m — заряд и масса электрона), или

$$mv^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}. \quad (2)$$

Совместное решение равенств (1) и (2) относительно r дает

$$r = 4\pi\varepsilon_0\hbar^2/(me^2).$$

Подставив сюда значения $\hbar$, e, m и произведя вычисления, найдем боровский радиус:

$$r_1 = a = 5{,}29 \cdot 10^{-11} \text{ м}.$$

Из равенства (1) получим выражение скорости электрона на первой орбите:

$$v = \hbar/(mr).$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем

$$v = 2{,}18 \text{ Мм/с}.$$

2. Определить энергию ε фотона, соответствующего второй линии в первой инфракрасной серии (серии Пашена) атома водорода.

Решение. Энергия ε фотона, излучаемого атомом водорода при переходе электрона с одной орбиты на другую,

$$\varepsilon = E_i\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right),$$

где E_i — энергия ионизации атома водорода; $n_1 = 1,2,3,...$ — номер орбиты, на которую переходит электрон (рис. 38.1); $n_2 = n_1 + 1$; $n_1 + 2$; ...; $n_1 + m$ — номер орбиты, с которой переходит электрон; m — номер спектральной линии в данной серии. Для серии Пашена $n_1 = 3$; для второй линии этой серии $m = 2$, $n_2 = n_1 + m = 3+2=5$.

Подставив числовые значения, найдем энергию фотона:

$$\varepsilon = 0{,}97 \text{ эВ}.$$

Задачи

38-1. Вычислить радиусы r_2 и r_3 второй и третьей орбит в атоме водорода.

38-2. Определить скорость v электрона на второй орбите атома водорода.

38-3. Определить частоту f вращения электрона на второй орбите атома водорода.

38-4. Определить потенциальную П, кинетическую T и полную E энергии электрона, находящегося на первой орбите атома водорода.

38-5. Определить длину волны λ, соответствующую третьей спектральной линии в серии Бальмера.

38-6. Найти наибольшую λ_{max} и наименьшую λ_{min} длины волн в первой инфракрасной серии спектра водорода (серии Пашена).

38-7. Вычислить энергию ε фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

38-8. Определить наименьшую ε_{min} и наибольшую ε_{max} энергии фотона в ультрафиолетовой серии спектра водорода (серии Лаймана).

38-9. Атомарный водород, возбужденный светом определенной длины волны, при переходе в основное состояние испускает только три спектральные линии. Определить длины волн этих линий и указать, каким сериям они принадлежат.

38-10. Фотон с энергией $\varepsilon = 16{,}5$ эВ выбил электрон из невозбужденного атома водорода. Какую скорость v будет иметь электрон вдали от ядра атома?

38-11. Вычислить длину волны λ, которую испускает ион гелия He^+ при переходе со второго энергетического уровня на первый. Сделать такой же подсчет для иона лития Li^{++}.

38-12. Найти энергию E_i и потенциал U_i ионизации ионов He^+ и Li^{++}.

38-13. Вычислить частоты f_1 и f_2 вращения электрона в атоме водорода на второй и третьей орбитах. Сравнить эти частоты с частотой ν излучения при переходе электрона с третьей на вторую орбиту.

38-14. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны $\lambda = 121{,}5$ нм. Определить радиус r электронной орбиты возбужденного атома водорода.

38-15. Определить первый потенциал U_1 возбуждения атома водорода.

§ 39. РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Основные формулы

1. Коротковолновая граница λ_{min} сплошного рентгеновского спектра

$$\lambda_{min} = \frac{2\pi\hbar c}{|e|U},$$

где e — заряд электрона; U — разность потенциалов, приложенная к рентгеновской трубке; $\hbar$ — постоянная Планка.

2. Закон Мозли в общем случае

$$\omega = CR\,(Z - \sigma)^2,$$

где ω — частота линий рентгеновского спектра; Z — атомный номер элемента, излучающего этот спектр; R — постоянная Ридберга ($R = 2{,}07 \cdot 10^{-16}$ с$^{-1}$); σ — постоянная экранирования; C — постоянная.

Закон Мозли для K_α-линий $\left(\sigma = 1,\ C = 3/4\right)$

$$\omega_{K_\alpha} = {}^3/_4 R\,(Z-1)^2, \text{ или } \frac{1}{\lambda_{K_\alpha}} = {}^3/_4 R'\,(Z-1)^2,$$

где R' — штрихованная постоянная Ридберга ($R' = 1{,}10 \cdot 10^7$ м$^{-1}$); $\frac{1}{\lambda} = \frac{\omega}{2\pi c}$ — волновое число*.

3. Энергия фотона K_α-линии рентгеновского излучения

$$\varepsilon_{K_\alpha} = {}^3/_4 E_i\,(Z-1)^2,$$

где E_i — энергия ионизации атома водорода.

Пример решения задачи

Определить длину волны λ_{K_α} и энергию ε_{K_α} фотона K_α-линии рентгеновского спектра, излучаемого вольфрамом при бомбардировке его быстрыми электронами.

Решение. При бомбардировке вольфрама быстрыми электронами возникает рентгеновское излучение, имеющее линейчатый спектр. Быстрые электроны, проникая внутрь электронной оболочки атома, выбивают электроны, принадлежащие электронным слоям. Ближайший к ядру электронный слой (K-слой) содержит два электрона. Если один из этих электронов оказывается выбитым за пределы атома, то на освободившееся место переходит электрон из вышележащих слоев (L, M, N). При этом возникает соответствующая линия K-серии. При переходе электрона с L-слоя на K-слой излучается наиболее интенсивная K_α-линия рентгеновского спектра (рис. 39.1).

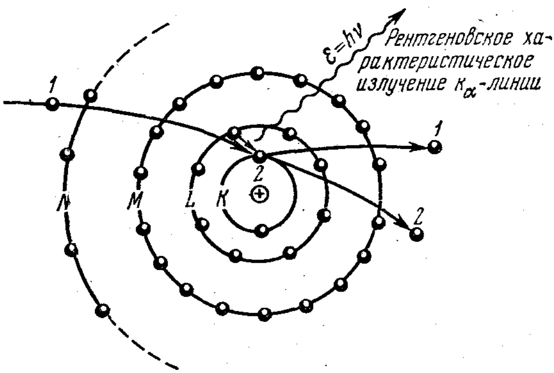

Рис. 39.1

Длина волны этой линии определяется по закону Мозли: $\frac{1}{\lambda_{K_\alpha}} = \frac{3}{4} R' \times \times (Z-1)^2$, откуда

$$\lambda_{K_\alpha} = \frac{4}{3R'\,(Z-1)^2}.$$

* Волновое число, равное $1/\lambda$, не следует путать с волновым числом $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$.

Подставив сюда значения Z (для вольфрама $Z = 74$) и R', найдем

$$\lambda_{K_\alpha} = 2{,}28 \cdot 10^{-11} \text{ м} = 22{,}8 \text{ пм}.$$

Зная длину волны, определим энергию фотона по формуле

$$\varepsilon_{K_\alpha} = 2\pi\hbar c/\lambda.$$

Подставив в эту формулу значения $\hbar, c, \lambda_{K_\alpha}$ и произведя вычисления, найдем

$$\varepsilon_{K_\alpha} = 54{,}4 \text{ кэВ}.$$

Заметим, что энергию фотона α-линии K-серии рентгеновского излучения можно определить также непосредственно по формуле $\varepsilon_{K_\alpha} = \frac{3}{4} E_i (Z - 1)^2$, приведенной в начале параграфа (см. п. 3).

Задачи

39-1. Определить скорость v электронов, падающих на антикатод рентгеновской трубки, если минимальная длина волны λ_{min} в сплошном спектре рентгеновского излучения равна 1 пм.

39-2. Определить коротковолновую границу λ_{min} сплошного спектра рентгеновского излучения, если рентгеновская трубка работает под напряжением $U = 30$ кВ.

39-3. Вычислить наибольшую длину волны λ_{max} в K-серии характеристического рентгеновского спектра скандия.

39-4. При исследовании линейчатого рентгеновского спектра некоторого элемента было найдено, что длина волны λ линии K_α равна 76 пм. Какой это элемент?

39-5. Какую наименьшую разность потенциалов U_{min} нужно приложить к рентгеновской трубке, антикатод которой покрыт ванадием ($Z = 23$), чтобы в спектре рентгеновского излучения появились все линии K-серии ванадия? Граница K-серии ванадия $\lambda = 226$ пм.

39-6. Определить энергию ε фотона, соответствующего линии K_α в характеристическом спектре марганца ($Z = 25$).

39-7. В атоме вольфрама электрон перешел с M-слоя на L-слой. Принимая постоянную экранирования σ равной 5,5, определить длину волны λ испущенного фотона.

39-8. Рентгеновская трубка работает под напряжением $U = 1$ МВ. Определить наименьшую длину волны λ_{min} рентгеновского излучения.

39-9. Вычислить длину волны λ и энергию ε фотона, принадлежащего K_α-линии в спектре характеристического рентгеновского излучения платины.

39-10. При каком наименьшем напряжении U_{min} на рентгеновской трубке начинают появляться линии серии K_α меди?

§ 40. ВОЛНЫ ДЕ БРОЙЛЯ

Основные формулы

1. Формула де Бройля, выражающая связь длины волны с импульсом p движущейся частицы, для двух случаев:

а) в классическом приближении ($v \ll c$; $p = m_0 v$)

$$\lambda = 2\pi\hbar/p;$$

б) в релятивистском случае (скорость v частицы сравнима со скоростью c света в вакууме; $p = mv = m_0 v/\sqrt{1 - v^2/c^2}$)

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0 v}\sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

2. Связь длины волны де Бройля с кинетической энергией T частицы:

в классическом приближении $\lambda = 2\pi\hbar/\sqrt{2m_0 T}$;

в релятивистском случае $\lambda = 2\pi\hbar c/\sqrt{T(T + 2E_0)}$,

где E_0 — энергия покоя частицы ($E_0 = m_0 c^2$).

Примеры решения задач

1. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U. Найти длину волны де Бройля λ для двух случаев: 1) $U_1 = 51$ В; 2) $U_2 = 510$ кВ.

Решение. Длина волны де Бройля λ частицы зависит от ее импульса p и определяется формулой

$$\lambda = 2\pi\hbar/p. \qquad (1)$$

Импульс частицы можно определить, если известна ее кинетическая энергия T. Связь импульса с кинетической энергией для нерелятивистского (когда $T \ll E_0$) и для релятивистского (когда $T \approx E_0$) случаев соответственно выражается формулами

$$p = \sqrt{2m_0 T} \quad (2) \qquad \text{и} \quad p = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_0 + T)T}. \qquad (3)$$

Формула (1) с учетом соотношений (2) и (3) запишется соответственно в нерелятивистском и релятивистском случаях:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0 T}}; \quad (4) \qquad \lambda = \frac{2\pi\hbar}{(1/c)\sqrt{(2E_0 + T)T}}. \qquad (5)$$

Сравним кинетические энергии электрона, прошедшего заданные в условии задачи разности потенциалов $U_1 = 51$ В и $U_2 = 510$ кВ, с энергией покоя электрона и в зависимости от этого решим вопрос, которую из формул (4) и (5) следует применить для вычисления длины волны де Бройля.

Как известно, кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U,

$$T = |e|\,U.$$

В первом случае $T_1 = |e| U_1 = 51$ эВ $= 0{,}51 \cdot 10^{-4}$ МэВ, что много меньше энергии покоя электрона $E_0 = m_0c^2 = 0{,}51$ МэВ. Следовательно, можно применить формулу (4).

Для упрощения расчетов заметим, что $T_1 = 10^{-4}\, m_0 c^2$. Подставив это выражение в формулу (4), перепишем ее в виде

$$\lambda_1 = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0 \cdot 10^{-4} m_0 c^2}} = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \frac{2\pi\hbar}{m_0 c}.$$

Учтя, что $\frac{2\pi\hbar}{m_0c}$ есть комптоновская длина волны λ_C, получим

$$\lambda_1 = (10^2/\sqrt{2})\, \lambda_C.$$

Так как $\lambda_C = 2{,}43 \cdot 10^{-12}$ м, то

$$\lambda_1 = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \cdot 2{,}43 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 172 \text{ пм}.$$

Во втором случае кинетическая энергия $T_2 = |e| U_2 = 510$ кэВ $= 0{,}51$ МэВ, т. е. равна энергии покоя электрона. Следовательно, необходимо применить релятивистскую формулу (5).

Учтя, что $T_2 = 0{,}51$ МэВ $= m_0c^2$, по формуле (5) найдем

$$\lambda_2 = \frac{2\pi\hbar}{\frac{1}{c}\sqrt{(2m_0 c^2 + m_0 c^2)\, m_0 c^2}} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{3}\, m_0 c}, \text{ или } \lambda_2 = \frac{\lambda_C}{\sqrt{3}}.$$

Подставив значение λ_C в последнюю формулу и произведя вычисления, получим

$$\lambda_2 = 1{,}4 \text{ пм}.$$

2. На узкую щель шириной $a = 1$ мкм направлен параллельный пучок электронов, имеющих скорость $v = 3{,}65$ Мм/с. Учитывая волновые свойства электронов, определить расстояние x между двумя максимумами интенсивности первого порядка в дифракционной картине, полученной на экране, отстоящем на $L = 10$ см от щели.

Решение. Согласно гипотезе де Бройля, длина волны λ, соответствующая частице массой m, движущейся со скоростью v, выражается формулой

$$\lambda = 2\pi\hbar/(mv). \tag{1}$$

Дифракционный максимум при дифракции на одной щели наблюдается при условии

$$a \sin\varphi = (2k + 1)(\lambda/2), \tag{2}$$

где $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$ — порядковый номер максимумов; a — ширина щели.

Для максимумов первого порядка ($k = 1$) угол φ заведомо мал, поэтому $\sin\varphi = \varphi$, и, следовательно, формула (2) примет вид

$$a\varphi = {}^3/_2\lambda, \tag{3}$$

а искомая величина x, как следует из рис. 40.1,

$$x = 2L \operatorname{tg} \varphi = 2L\varphi, \qquad (4)$$

так как $\operatorname{tg} \varphi = \varphi$.

Подставив значение φ из соотношения (3) в формулу (4), получим

$$x = 2L \frac{3}{2} \frac{\lambda}{a} = 3 \frac{L\lambda}{a}.$$

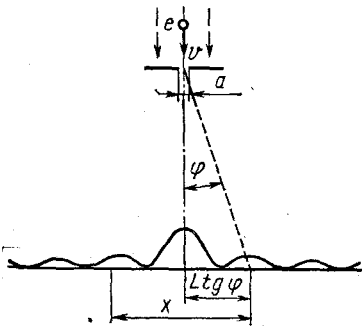

Рис. 40.1

Подстановка в последнее равенство длины волны де Бройля по формуле (1) дает

$$x = 6 \frac{\pi\hbar L}{amv}, \qquad (5)$$

После вычисления по формуле (5) получим

$$x = 6 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 60 \text{ мкм}.$$

3. На грань кристалла никеля падает параллельный пучок электронов. Кристалл поворачивают так, что угол скольжения ϑ изменяется. Когда этот угол делается равным 64°, наблюдается максимальное отражение электронов, соответствующее дифракционному максимуму первого порядка. Принимая расстояние d между атомными плоскостями кристалла равным 200 пм, определить длину волны де Бройля λ электронов и их скорость v.

Решение. К расчету дифракции электронов от кристаллической решетки применяется то же уравнение Вульфа — Брэгга, которое используется в случае рентгеновского излучения (см. § 31):

$$2\,d \sin \vartheta = k\lambda,$$

где d — расстояние между атомными плоскостями кристалла; ϑ — угол скольжения; k — порядковый номер дифракционного максимума; λ — длина волны де Бройля. Очевидно, что

$$\lambda = (2\,d \sin \vartheta)/k.$$

Подставив в эту формулу значения величин и вычислив, получим

$$\lambda = 360 \text{ пм}.$$

Из формулы длины волны де Бройля $\lambda = \frac{2\pi\hbar}{mv}$ выразим скорость электрона:

$$v = 2\,\pi\hbar/(m\lambda).$$

Подставив в эту формулу значения π, $\hbar$, m (масса электрона), λ и произведя вычисления, найдем

$$v = 2 \text{ Мм/с}.$$

ГЛАВА 8

ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

§ 41. СТРОЕНИЕ АТОМНЫХ ЯДЕР. РАДИОАКТИВНОСТЬ | Основные формулы

1. Ядро обозначается тем же символом, что и нейтральный атом:

$${}^{A}_{Z}\mathrm{X},$$

где X — символ химического элемента; Z — атомный номер (число протонов в ядре); A — массовое число (число нуклонов в ядре). Число N нейтронов в ядре равно разности $A - Z$.

2. Основной закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N — число нераспавшихся атомов в момент времени t; N_0 — число нераспавшихся атомов в момент, принятый за начальный (при $t = 0$); e — основание натуральных логарифмов; λ — постоянная радиоактивного распада.

3. Период полураспада $T_{1/2}$ — промежуток времени, за который число нераспавшихся атомов уменьшается в два раза. Период полураспада связан с постоянной распада соотношением

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}.$$

4. Число атомов, распавшихся за время t,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda t}).$$

Если промежуток времени $\Delta t \ll T_{1/2}$, то для определения числа распавшихся атомов можно применять приближенную формулу

$$\Delta N \approx \lambda N \Delta t.$$

5. Среднее время жизни τ радиоактивного ядра — промежуток времени, за который число нераспавшихся ядер уменьшается в e раз:

$$\tau = 1/\lambda.$$

6. Число атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе,

$$N = (m/M) N_A,$$

где m — масса изотопа, M — его молярная масса; N_A — постоянная Авогадро.

7. Активность A нуклида в радиоактивном источнике (активность изотопа) есть величина, равная отношению числа dN ядер, распавшихся в изотопе, к промежутку времени dt, за которое произошел распад. Активность определяется по формуле

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N,$$

или после замены N по основному закону радиоактивного распада

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

Активность изотопа в начальный момент времени ($t = 0$)

$$A_0 = \lambda N_0.$$

Активность изотопа изменяется со временем по тому же закону, что и число нераспавшихся ядер:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}.$$

8. Массовая активность a радиоактивного источника есть величина, равная отношению его активности A к массе m этого источника, т. е.

$$a = A/m.$$

9. Если имеется смесь ряда радиоактивных изотопов, образующихся один из другого, и если постоянная распада λ первого члена ряда много меньше постоянных всех остальных членов ряда, то в смеси устанавливается состояние радиоактивного равновесия, при котором активности всех членов ряда равны между собой:

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \ldots = \lambda_k N_k.$$

Примеры решения задач

1. Определить начальную активность A_0 радиоактивного магния ^{27}Mg массой $m = 0{,}2$ мкг, а также активность A по истечении времени $t = 1$ ч. Предполагается, что все атомы изотопа радиоактивны.

Решение. Начальная активность изотопа

$$A_0 = \lambda N_0, \qquad (1)$$

где λ — постоянная радиоактивного распада; N_0 — количество атомов изотопа в начальный момент ($t = 0$).

Если учесть, что $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$, $N_0 = \frac{m}{M} N_A$, то формула (1) примет вид

$$A_0 = \frac{m N_A}{M T_{1/2}} \ln 2. \qquad (2)$$

Выразим входящие в эту формулу величины в СИ и произведем вычисления:

$$A_0 = 5{,}15 \cdot 10^{12} \text{ Бк} = 5{,}15 \text{ ТБк}.$$

Активность изотопа уменьшается со временем по закону

$$A = A_0 e^{-\lambda t}. \qquad (3)$$

Заменив в формуле (3) постоянную распада λ ее выражением, получим

$$A = A_0 e^{-\ln 2 \cdot t/T_{1/2}} = A_0 (e^{\ln 2})^{-t/T_{1/2}}.$$

Так как $e^{\ln 2} = 2$, то окончательно будем иметь

$$A = A_0 / 2^{t/T_{1/2}}.$$

Сделав подстановку числовых значений, получим

$$A = 8{,}05 \cdot 10^{10} \text{ Бк} = 80{,}5 \text{ ГБк}.$$

2. При определении периода полураспада $T_{1/2}$ короткоживущего радиоактивного изотопа использован счетчик импульсов. За время $\Delta t = 1$ мин в начале наблюдения ($t=0$) было насчитано $\Delta n_1 = 250$ импульсов, а в момент времени $t = 1$ ч — $\Delta n_2 = 92$ импульса. Определить постоянную радиоактивного распада λ и период полураспада $T_{1/2}$ изотопа.
Решение. Число импульсов Δn, регистрируемых счетчиком за время Δt, пропорционально числу распавшихся атомов ΔN. Таким образом, при первом измерении

$$\Delta n_1 = k\Delta N_1 = kN_1(1 - e^{-\lambda\Delta t}), \tag{1}$$

где N_1 — количество радиоактивных атомов к моменту начала отсчета; k — коэффициент пропорциональности (постоянный для данного прибора и данного расположения прибора относительно радиоактивного изотопа).

При повторном измерении (предполагается, что расположение приборов осталось прежним)

$$\Delta n_2 = k\Delta N_2 = kN_2(1 - e^{-\lambda\Delta t}), \tag{2}$$

где N_2 — количество радиоактивных атомов к моменту начала второго измерения.

Разделив соотношение (1) на выражение (2) и приняв во внимание, что по условию задачи Δt одинаково в обоих случаях, а также что N_1 и N_2 связаны между собой соотношением $N_2 = N_1 e^{-\lambda t}$, получим

$$\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = e^{\lambda t}, \tag{3}$$

где t — время, прошедшее от первого до второго измерения. Для вычисления λ выражение (3) следует прологарифмировать: $\ln \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = \lambda t$, откуда

$$\lambda = \frac{1}{t} \ln \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2},$$

Подставив числовые данные, получим постоянную радиоактивного распада, а затем и период полураспада:

$$\lambda = \frac{1}{1} \ln \frac{250}{92} \text{ ч}^{-1} = 1 \text{ ч}^{-1};$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{1} \text{ ч} = 0{,}693 \text{ ч} = 41{,}5 \text{ мин}.$$

Задачи

Строение ядра

41-1. Зная постоянную Авогадро N_A, определить массу m_a нейтрального атома углерода ^{12}C и массу m, соответствующую углеродной единице массы.

41-2. Хлор представляет собой смесь двух изотопов с относительными атомными массами $A_{r,1} = 34{,}969$ и $A_{r,2} = 36{,}966$. Вычислить относи-

41-37. Точечный изотропный радиоактивный источник создает на расстоянии $r = 1$ м интенсивность I гамма-излучения, равную 1,6 мВт/м^2. Принимая, что при каждом акте распада ядра излучается один γ-фотон с энергией $\varepsilon = 1,33$ МэВ, определить активность A источника.

41-38. Определить интенсивность I гамма-излучения на расстоянии $r=5$ см от точечного изотропного радиоактивного источника, имеющего активность $A = 148$ ГБк. Считать, что при каждом акте распада излучается в среднем $n = 1,8$ гамма-фотонов с энергией $\varepsilon = 0,51$ МэВ каждый.

§ 42. ЭЛЕМЕНТЫ ДОЗИМЕТРИИ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Основные формулы

1. Закон ослабления узкого пучка моноэнергетических γ-излучений при прохождении через поглощающее вещество:

а) ослабление плотности потока ионизирующих частиц или фотонов

$$J = J_0\, e^{-\mu x},$$

где J_0 — плотность потока частиц, падающих на поверхность вещества; J — плотность потока частиц после прохождения слоя вещества толщиной x; μ — линейный коэффициент ослабления (рис. 42.1);

б) ослабление интенсивности излучений

$$I = I_0\, e^{-\mu x},$$

где I — интенсивность γ-излучений в веществе на глубине x; I_0 — интенсивность γ-излучений, падающих на поверхность вещества.

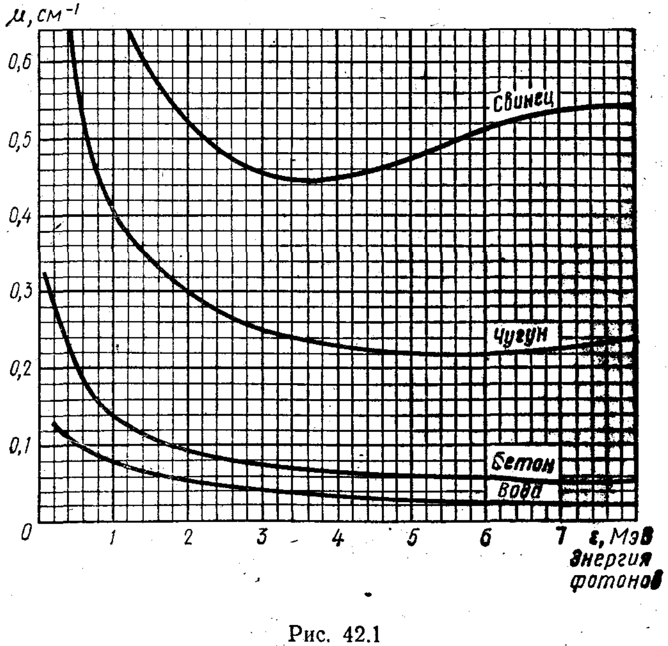

Рис. 42.1

2. Слоем половинного ослабления называется слой, толщина $x_{1/2}$ которого такова, что интенсивность проходящих через него γ-излучений уменьшается в два раза:

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{0,693}{\mu}.$$

3. Доза излучения (поглощенная доза излучения)

$$D = \Delta W / \Delta m,$$

где ΔW — энергия ионизирующего излучения, переданная элементу облучаемого вещества, Δm — масса этого элемента.

Доза излучения выражается в греях (1 Гр = 1 Дж/кг).

4. Мощность дозы излучения (мощность поглощенной дозы излучения)

$$\dot{D} = \Delta D / \Delta t,$$

где Δt — время, в течение которого была поглощена объектом облучения доза излучения ΔD.

Мощность дозы излучения выражается в греях в секунду (Гр/с).

5. Экспозиционная доза фотонного излучения (экспозиционная доза гамма- и рентгеновского излучения) есть величина, равная отношению суммы электрических зарядов ΔQ всех ионов одного знака, созданных электронами, освобожденными в облученном воздухе при условии полного использования ионизирующей способности электронов, к массе Δm этого воздуха:

$$X = \Delta Q / \Delta m.$$

Единица экспозиционной дозы — кулон на килограмм (1 Кл/кг).

6. Мощность экспозиционной дозы фотонного излучения $\dot{X}$ есть величина, равная отношению экспозиционной дозы ΔX фотонного излучения к интервалу времени Δt, за которое получена эта доза, т. е.

$$\dot{X} = \Delta X / \Delta t.$$

Мощность экспозиционной дозы выражается в амперах на килограмм (1 А/кг).

7. Экспозиционная доза рентгеновского и γ-излучения, падающего на объект, экранированный защитным слоем толщиной x,

$$X = X_0 e^{-\mu x},$$

где X_0 — экспозиционная доза при отсутствии защитного слоя.

8. Экспозиционная доза γ-излучения, падающего за время t на объект, находящийся в воздухе на расстоянии R от точечного источника,

$$X = \dot{X} t / R^2,$$

где $\dot{X}_0$ — мощность экспозиционной дозы на расстоянии, равном единице. Поглощением γ-излучения в воздухе пренебрегаем.

Примеры решения задач

1. Вычислить толщину слоя половинного ослабления $x_{1/2}$ параллельного пучка γ-излучения для воды, если линейный коэффициент ослабления $\mu = 0,047$ см$^{-1}$.

Решение. При прохождении γ-излучения через слой вещества происходит их поглощение за счет трех факторов: фотоэффекта, эффекта Комптона и образования пар (электрон—позитрон). В результате действия этих трех факторов интенсивность γ-излучения экспоненциально убывает в зависимости от толщины слоя:

$$I = I_0 e^{-\mu x}. \qquad (1)$$

Пройдя поглощающий слой толщиной, равной толщине слоя половинного ослабления $x_{1/2}$, пучок γ-излучения будет иметь интенсивность $I = I_0/2$. Подставив значения I и x в формулу (1), получим $I_0/2 = I_0 e^{-\mu x_{1/2}}$, или после сокращения на I_0

$$1/2 = e^{-\mu x_{1/2}}.$$

Прологарифмировав последнее выражение, получим искомое значение толщины слоя половинного ослабления:

$$x_{1/2} = \ln 2/\mu. \qquad (2)$$

Подставив в формулу (2) значения μ и $\ln 2$, найдем величину $x_{1/2}$:

$$x_{1/2} = 14{,}7 \text{ см}$$

Таким образом, слой воды толщиной в 14,7 см снижает интенсивность γ-излучения в два раза.

2. Точечный радиоактивный источник ^{60}Co находится в центре свинцового сферического контейнера с толщиной стенок $x = 1$ см и наружным радиусом $R = 20$ см. Определить максимальную активность A_{max} источника, который можно хранить в контейнере, если допустимая плотность потока $J_{доп}$ γ-фотонов при выходе из контейнера равна $8 \cdot 10^6$ $с^{-1} \cdot м^{-2}$. Принять, что при каждом акте распада ядра ^{60}Co испускается $n = 2$ γ-фотона, средняя энергия которых $\langle\varepsilon\rangle = 1{,}25$ МэВ.

Решение. Активность радиоактивного источника связана с потоком излучения γ-фотонов соотношением $\Phi = An$, где n — число γ-фотонов, испускаемых при одном акте распада, откуда

$$A = \Phi/n. \qquad (1)$$

Поток Φ, входящий в эту формулу, выразим через плотность потока. Плотность потока на расстоянии R от точечного источника излучений

$$J_1 = \Phi/(4\pi R^2). \qquad (2)$$

После прохождения излучений через свинцовую стенку контейнера плотность потока уменьшится и выразится соотношением $J_2 = J_1 e^{-\mu x}$. Выразив отсюда J_1 и подставив в формулу (2), найдем

$$J_2 e^{\mu x} = \Phi/(4\pi R^2),$$

откуда

$$\Phi = 4\pi R^2 J_2 e^{\mu x}.$$

Подставив выражение Φ в (1), получим

$$A = \pi R^2 J_2 e^{\mu x}/n.$$

Если в полученной формуле принять $J_2 = J_{доп}$, то эта формула будет выражать искомую максимальную активность источника, который можно хранить в контейнере:

$$A_{max} = 4\pi R^2 J_{доп} e^{\mu x}/n. \quad (3)$$

По графику на рис. 42.1 находим, что линейный коэффициент ослабления μ для γ-фотонов с энергией $\varepsilon = 1{,}25$ МэВ равен 0,64 $см^{-1}$.

Выразим величины, входящие в формулу (3), в единицах СИ и, выполнив вычисления, получим

$$A = 3{,}8 \text{ МБк}.$$

3. Космическое излучение на уровне моря на экваторе образует в воздухе объемом $V = 1$ $см^3$ в среднем $N = 24$ пары ионов за время $t_1 = 10$ с. Определить экспозиционную дозу X, получаемую человеком за время $t_2 = 1$ год.

Решение. Экспозиционную дозу, получаемую человеком, можно выразить по формуле

$$X = \dot{X} t_2, \quad (1)$$

где $\dot{X}$ — мощность экспозиционной дозы излучения.

Мощность дозы $\dot{X} = \frac{Q}{mt_1}$, где Q — заряд ионов одного знака, образуемых излучением за время t_1 в воздухе массой m. Масса воздуха может быть найдена как произведение плотности ρ воздуха на его объем V: $m = \rho V$. Заряд всех ионов одного знака найдем, помножив элементарный заряд на число ионов: $Q = |e|N$.

Формула (1) с учетом выражений $\dot{X}$, m и Q примет вид

$$X = \dot{X} t_2 = \frac{Q}{mt_1} t_2 = \frac{|e| N t_2}{\rho V t_1}. \quad (2)$$

Выразим величины, входящие в формулу (2), в единицах СИ и, выполнив вычисления, получим

$$X = 9{,}41 \text{ мкКл/кг}.$$

Задачи

Поглощение гамма-излучений*

42-1. Определить число N слоев половинного ослабления, уменьшающих интенсивность I узкого пучка γ-излучения в $k = 100$ раз.

42-2. Определить для бетона толщину слоя половинного ослабления $x_{1/2}$ узкого пучка γ-излучения с энергией фотонов $\varepsilon = 0{,}6$ МэВ.

42-3. На какую глубину нужно погрузить в воду источник узкого пучка γ-излучения (энергия ε гамма-фотонов равна 1,6 МэВ), чтобы

* При решении задач **42-2—42-7** воспользоваться графиком, изображенным на рис. 42.1.

время t, в течение которого можно находиться на расстоянии $r_2 = 6$ м от источника, если предельно допустимую экспозиционную дозу X принять равной 5,16 мкКл/кг. Поглощением γ-излучения в воздухе пренебречь.

§ 43. ДЕФЕКТ МАССЫ И ЭНЕРГИЯ СВЯЗИ АТОМНЫХ ЯДЕР

Основные формулы

1. Согласно релятивистской механике, масса покоя m устойчивой системы взаимосвязанных частиц меньше суммы масс покоя $m_1 + m_2 + \ldots + m_k$ тех же частиц, взятых в свободном состоянии. Разность

$$\Delta m = (m_1 + m_2 + \ldots + m_k) - m \qquad (1)$$

называется дефектом массы системы частиц.

2. Энергия связи прямо пропорциональна дефекту массы системы частиц:

$$E_{\text{св}} = c^2 \Delta m,$$

где c^2 — коэффициент пропорциональности ($c^2 = 8{,}987 \cdot 10^{16}$ Дж/кг $= 8{,}987 \cdot 10^{16}$ м²/с²).

Если энергия выражена в мегаэлектрон-вольтах, а масса — в атомных единицах, то

$$c^2 = 931{,}4 \text{ МэВ/а. е. м.}$$

3. Дефект массы* Δm атомного ядра есть разность между суммой масс свободных протонов и нейтронов и массой образовавшегося из них ядра:

$$\Delta m = (Zm_p + Nm_n) - m_{\text{я}},$$

где Z — зарядовое число (число протонов в ядре); m_p и m_n — массы протона и нейтрона соответственно; $m_{\text{я}}$ — масса ядра.

Если учесть, что

$$m_{\text{я}} = m_{\text{а}} - Zm_e, \quad m_p + m_e = m_{^1_1\text{H}}, \quad N = (A - Z),$$

то формулу дефекта массы ядра можно представить в виде

$$\Delta m = Zm_{^1_1\text{H}} + (A - Z)\, m_n - m_{\text{а}},$$

где A — массовое число (число нуклонов в ядре).

4. Удельная энергия связи (энергия связи на нуклон)

$$E_{\text{уд}} = E_{\text{св}}/A.$$

---

* Термин «дефект массы» иногда применяют в другом смысле, а именно дефектом массы Δ называют разность между относительной атомной массой A_r данного изотопа и его массовым числом A:

$$\Delta = A_r - A.$$

Таким образом, дефект массы Δ показывает отклонение относительной атомной массы от целочисленного значения. Эта величина прямого физического смысла не имеет, но ее использование позволяет в ряде случаев значительно упростить вычисления.

В настоящем пособии всюду имеется в виду дефект массы Δm, определяемый общей формулой (1).

1. Вычислить дефект массы Δm и энергию связи $E_{св}$ ядра $^{11}_{5}B$.

Решение. Дефект массы ядра определим по формуле

$$\Delta m = Zm_{^1_1H} + (A - Z)\, m_n - m_a.$$

Подставив в эту формулу значения величин (см. табл. 24 и 25), получим

$$\Delta m = 0{,}08186 \text{ а.е.м.}$$

Энергия связи ядра

$$E_{св} = c^2 \Delta m.$$

Подставив в это выражение значения c^2 и Δm, получим

$E_{св} = 931{,}4$ МэВ/а.е.м.$\cdot 0{,}08186$а.е.м. $=$ 76,2МэВ $=$ 12,2 пДж.

2. Энергия связи $E_{св}$ электрона с ядром невозбужденного атома водорода ^1_1H (энергия ионизации) равна 13,6 эВ. Определить, на сколько масса атома водорода меньше суммы масс свободных протона и электрона.

Решение. Искомая величина представляет собой дефект массы устойчивой системы, состоящей из протона и электрона, т. е. дефект массы атома водорода.

По закону пропорциональности массы и энергии,

$$\Delta m = \frac{E_{св}}{c^2} = 1{,}49 \cdot 10^{-8} \text{ а. е. м.}$$

Определение дефекта массы атома водорода по формуле

$$\Delta m = m_p + m_e - m_{^1_1H}$$

в настоящее время невозможно, так как по своей величине (0,0000000149) он значительно меньше погрешностей современных методов измерения масс частиц.

У наиболее тяжелых атомов энергия связи электронной оболочки с ядром достигает десятых долей мегаэлектрон-вольта, но так как энергия связи нуклонов в тяжелых ядрах близка к 1900 МэВ, то и в этом случае энергией связи электронной оболочки с ядром можно пренебречь.

3. Определить энергию $E_{св}$, которую нужно затратить для отрыва нейтрона от ядра $^{23}_{11}Na$.

Решение. После отрыва нейтрона число нуклонов A в ядре уменьшится на единицу, а число протонов Z останется неизменным; получится ядро ^{22}Na. Ядро ^{23}Na можно рассматривать как устойчивую систему, образовавшуюся в результате захвата свободного нейтрона ядром ^{22}Na. Энергия отрыва нейтрона от ядра ^{23}Na равна энергии связи нейтрона с ядром ^{22}Na.

Выразив энергию связи нейтрона через дефект массы системы, получим

$$E_{св} = c^2 \Delta m = c^2 (m_{^{22}Na} + m_n - M_{^{23}Na}).$$

При подстановке числовых значений заменяем массы ядер массами нейтральных атомов. Так как число электронов в оболочках атомов

^{22}Na и ^{23}Na одинаково, то разность масс атомов ^{23}Na и ^{22}Na от такой замены не изменится:

$$E_{св} = 931{,}4 \quad МэВ/а.е.м.\cdot 0{,}01334 \quad а.е.м. = 12{,}42 \quad МэВ = 1{,}99 \quad пДж.$$

Задачи

43-1. Используя известные значения масс нейтральных атомов ^1_1H, ^2_1H, $^{12}_6C$ и электрона, определить массы m_p протона, m_d дейтона, $m_я$ ядра $^{12}_6C$.

43-2. Масса m_α альфа-частицы (ядро гелия ^4_2He) равна 4,00150 а.е.м. Определить массу $m_а$ нейтрального атома гелия.

43-3. Зная массу $m_а$ нейтрального атома изотопа лития ^7_3Li (см. табл. 24), определить массы m_1, m_2 и m_3 ионов лития: однозарядного $(^7_3Li)^+$, двухзарядного $(^7_3Li)^{++}$ и трехзарядного $(^7_3Li)^{+++}$.

43-4. Определить дефект массы Δm и энергию связи $E_{св}$ ядра атома тяжелого водорода.

43-5. Определить энергию $E_{св}$, которая освободится при соединении одного протона и двух нейтронов в атомное ядро.

43-6. Определить удельную энергию связи $E_{уд}$ ядра $^{12}_6C$.

43-7. Энергия связи $E_{св}$ ядра, состоящего из двух протонов и одного нейтрона, равна 7,72 МэВ. Определить массу $m_а$ нейтрального атома, имеющего это ядро.

43-8. Определить массу $m_а$ нейтрального атома, если ядро этого атома состоит из трех протонов и двух нейтронов и энергия связи $E_{св}$ ядра равна 26,3 МэВ.

43-9. Атомное ядро, поглотившее γ-фотон ($\lambda = 0{,}47$ пм), пришло в возбужденное состояние и распалось на отдельные нуклоны, разлетевшиеся в разные стороны. Суммарная кинетическая энергия T нуклонов равна 0,4 МэВ. Определить энергию связи $E_{св}$ ядра.

43-10. Какую наименьшую энергию $E_{св}$ нужно затратить, чтобы разделить на отдельные нуклоны ядра ^7_3Li и ^7_4Be? Почему для ядра бериллия эта энергия меньше, чем для ядра лития?

43-11. Определить энергию связи $E_{св}$, которая выделится при образовании из протонов и нейтронов ядер гелия ^4_2He массой $m = 1$ г.

43-12. Какую наименьшую энергию связи $E_{св}$ нужно затратить, чтобы оторвать один нейтрон от ядра азота $^{14}_7N$?

43-13. Найти минимальную энергию связи $E_{св}$, необходимую для удаления одного протона из ядра азота $^{14}_7N$.

43-14. Энергия связи $E_{св}$ ядра кислорода $^{18}_8O$ равна 139, 8 МэВ, ядра фтора $^{19}_9F$ — 147,8 МэВ. Определить, какую минимальную энергию $E_{св}$ нужно затратить, чтобы оторвать один протон от ядра фтора.

43-15. Какую наименьшую энергию связи $E_{св}$ нужно затратить, чтобы разделить ядро ^4_2He на две одинаковые части?

43-16. Определить наименьшую энергию связи $E_{св}$, необходимую для разделения ядра углерода $^{12}_6C$ на три одинаковые части.

§ 44. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ

Основные формулы

1. Символическая запись ядерной реакции может быть дана или в развернутом виде, например

$$^{9}_{4}Be+^{1}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He+^{6}_{3}Li,$$

или сокращенно

$$^{9}Be\ (p,\ \alpha)^{6}Li.$$

При сокращенной записи порядковый номер атома не пишут, так как он определяется химическим символом атома. В скобках на первом месте ставят обозначение бомбардирующей частицы, на втором — частицы, вылетающей из составного ядра, и за скобками — химический символ ядра-продукта.

Для обозначения частиц приняты следующие символы: p — протон, n — нейтрон, d — дейтон, t — тритон, α — альфа-частица, γ — гамма-фотон.

2. Законы сохранения:

а) числа нуклонов $A_1+A_2=A_3+A_4$;

б) заряда $Z_1+Z_2=Z_3+Z_4$;

в) релятивистской полной энергии $E_1+E_2=E_3+E_4$;

г) импульса $\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2=\mathbf{p}_3+\mathbf{p}_4$.

Если общее число ядер и частиц, образовавшихся в результате реакции, больше двух, то запись соответственно дополняется.

3. Энергия ядерной реакции

$$Q=c^2\left[(m_1+m_2)-(m_3+m_4)\right],$$

где m_1 и m_2 — массы покоя ядра-мишени и бомбардирующей частицы; m_3+m_4 сумма масс покоя ядер продуктов реакции.

Если $m_1+m_2>m_3+m_4$, то энергия освобождается, энергетический эффект положителен, реакция экзотермическая.

Если $m_1+m_2<m_3+m_4$, то энергия поглощается, энергетический эффект отрицателен, реакция эндотермическая.

Энергия ядерной реакции может быть записана также в виде

$$Q=(T_1+T_2)-(T_3+T_4),$$

где T_1 и T_2 — кинетические энергии соответственно ядра-мишени и бомбардирующей частицы; T_3 и T_4 — кинетические энергии вылетающей частицы и ядра-продукта реакции.

При экзотермической реакции $T_3+T_4>T_1+T_2$; при эндотермической реакции $T_3+T_4<T_1+T_2$.

Примеры решения задач

1. Найти энергию реакции

$$^{9}_{4}Be+^{1}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He+^{6}_{3}Li,$$

если известно, что кинетические энергии протона $T_H=5{,}45$ МэВ, ядра гелия $T_{He}=4$ МэВ и что ядро гелия вылетело под углом 90° к направлению движения протона. Ядро-мишень $^{9}_{4}Be$ неподвижно.

Решение. Энергия реакции Q есть разность между суммой кинетических энергий ядер-продуктов реакции и кинетической энергией налетающего ядра:

$$Q=T_{Li}+T_{He}-T_H. \qquad (1)$$

В этом выражении неизвестна кинетическая энергия T_{Li} лития. Для ее определения воспользуемся законом сохранения импульса

$$\mathbf{p}_H = \mathbf{p}_{He} + \mathbf{p}_{Li}. \quad (2)$$

Векторы $\mathbf{p}_H$ и $\mathbf{p}_{He}$, по условию задачи, взаимно перпендикулярны и, следовательно, вместе с вектором $\mathbf{p}_{Li}$ образуют прямоугольный треугольник. Поэтому

$$p_{Li}^2 = p_{He}^2 + p_H^2 \quad (3)$$

Выразим в этом равенстве импульсы ядер через их кинетические энергии. Так как кинетические энергии ядер, по условию задачи, много меньше энергий покоя этих ядер (см. табл. 25), то можно воспользоваться классической формулой

$$p^2 = 2\ mT. \quad (4)$$

Заменив в уравнении (3) квадраты импульсов ядер их выражениями (4), после упрощения получим

$$m_{Li} T_{Li} = m_{He} T_{He} + m_H T_H,$$

откуда

$$T_{Li} = \frac{m_{He} T_{He} + m_H T_H}{m_{Li}} = 3{,}58\ \text{МэВ}$$

Подставив числовые значения в формулу (1), найдем

$$Q = T_{He} + T_{Li} - T_H = 2{,}13\ \text{МэВ}$$

2. Решить задачу предыдущего примера, считая, что кинетические энергии и направления движения ядер неизвестны.

Решение. Применим закон сохранения релятивистской полной энергии

$$E_{Be} + E_H = E_{He} + E_{Li}. \quad (1)$$

Релятивистская полная энергия ядра равна сумме энергии покоя и кинетической энергии:

$$E = mc^2 + T. \quad (2)$$

В формуле (2) для упрощения записи масса покоя обозначена не через m_0, а через m.

Так как ядро-мишень ^9Be неподвижно, то на основании формулы (2) уравнение (1) примет вид

$$m_{Be} c^2 + m_H c^2 + T_H = m_{He} c^2 + T_{He} + m_{Li} c^2 + T_{Li}. \quad (3)$$

Определим энергию реакции:

$$Q = T_{He} + T_{Li} - T_H = c^2 [(m_{Be} + m_H) - (m_{He} + m_{Li})]. \quad (4)$$

При числовом подсчете массы ядер заменим массами нейтральных атомов. Легко убедиться, что такая замена не повлияет на результат вычисления. В самом деле, так как масса m ядра равна разности между массой m_a нейтрального атома и массой Zm_e электронов, образующих электронную оболочку, то

$$Q = c^2 [(m_{Be} - 4m_e + m_H - m_e) - (m_{He} - 2m_e + m_{Li} - 3m_e)]. \quad (5)$$

Упростив уравнение (5), найдем

$$Q = c^2[(m_{Be} + m_H) - (m_{He} + m_{Li})]. \quad (6)$$

Подставив числовые значения коэффициента пропорциональности c^2 и масс нейтральных атомов, получим

$$Q = 2{,}13 \text{ МэВ},$$

что совпадает с результатом, полученным в примере 1.

3. Радиоактивное ядро магния ^{23}Mg выбросило позитрон и нейтрино. Определить энергию Q β^+-распада ядра.

Решение. Реакцию β^+-распада ядра магния можно записать следующим образом:

$$^{23}_{12}Mg \rightarrow ^{23}_{11}Na + ^{0}_{1}e + ^{0}_{0}\nu.$$

Принимая, что ядро магния было неподвижным, и учитывая, что масса покоя нейтрино равна нулю, напишем уравнение энергетического баланса. На основании закона сохранения релятивистской полной энергии имеем

$$c^2 m_{Mg} = c^2 m_{Na} + T_{Na} + c^2 m_e + T_e + T_\nu. \quad (1)$$

Энергия распада

$$Q = T_{Na} + T_e + T_\nu = c^2 (m_{Mg} - m_{Na} - m_e). \quad (2)$$

Выразим массы ядер магния и натрия через массы соответствующих нейтральных атомов:

$$Q = c^2[(m_{Mg} - 12m_e) - (m_{Na} - 11m_e) - m_e].$$

Так как массы покоя электрона и позитрона одинаковы, то после упрощений получим

$$Q = c^2 (m_{Mg} - m_{Na} - 2m_e).$$

Сделав подстановку, найдем

$$Q = 3{,}05 \text{ МэВ}.$$

Задачи

Законы сохранения в ядерных реакциях

44-1. Определить порядковый номер Z и массовое число A частицы, обозначенной буквой x, в символической записи ядерной реакции:

$$^{14}_{6}C + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{17}_{8}O + x.$$

44-2. То же, для реакции $^{27}_{13}Al + x \rightarrow ^{1}_{1}H + ^{26}_{12}Mg$.

ГЛАВА 9

ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

§ 45. ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА МИКРОЧАСТИЦ

Основные формулы

1. Фазовая скорость

$$v = \omega/k,$$

где ω — круговая частота; k — волновое число ($k = 2\pi/\lambda$).

Групповая скорость

$$u = d\omega/dk.$$

2. Соотношения де Бройля:

$$E = \hbar\omega, \quad \mathbf{p} = \hbar\mathbf{k},$$

где E — энергия движущейся частицы, $\mathbf{p}$ — импульс частицы. $\mathbf{k}$ — волновой вектор; $|\mathbf{k}| = k = 2\pi/\lambda$; $\hbar$ — постоянная Планка $\left(\hbar = \dfrac{h}{2\pi} = 1{,}05\cdot 10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с}\right)$.

3. Соотношения неопределенностей:

а) для координаты и импульса частицы

$$\Delta p_x \Delta x \geqslant \hbar,$$

где Δp_x — неопределенность проекции импульса частицы на ось x; Δx — неопределенность ее координаты;

б) для энергии и времени

$$\Delta E \Delta t \geqslant \hbar,$$

где ΔE — неопределенность энергии данного квантового состояния; Δt — время пребывания системы в этом состоянии.

Примеры решения задач

1. Кинетическая энергия T электрона в атоме водорода составляет величину порядка 10 эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры атома.

Решение. Неопределенность координаты и импульса электрона связаны соотношением

$$\Delta x \Delta p \geqslant \hbar, \qquad (1)$$

где Δx — неопределенность координаты электрона; Δp — неопределенность его импульса.

Из этого соотношения следует, что чем точнее определяется положение частицы в пространстве, тем более неопределенным становится импульс, а следовательно, и энергия частицы. Пусть атом имеет линейные размеры l, тогда электрон атома будет находиться где-то в пределах области с неопределенностью: $\Delta x = l/2$. Соотношение неопределеньостей (1) можно записать в этом случае в виде $(l/2)\,\Delta p \geqslant \hbar$, откуда

$$l \geqslant \frac{2\hbar}{\Delta p}. \qquad (2)$$

Физически разумная неопределенность импульса Δp, во всяком случае, не должна превышать значения самого импульса p, т. е.

$$\Delta p \leqslant p.$$

Импульс p связан с кинетической энергией T соотношением $p = \sqrt{2mT}$. Заменим Δp значением $\sqrt{2mT}$ (такая замена не увеличит l). Переходя от неравенства (2) к равенству, получим

$$l_{min} = \frac{2\hbar}{\sqrt{2mT}}.$$

Подставив числовые значения и произведя вычисления, найдем

$$l_{min} = 124 \text{ пм}.$$

2. Используя соотношение неопределенностей энергии и времени, определить естественную ширину $\Delta\lambda$ спектральной линии излучения атома при переходе его из возбужденного состояния в основное. Среднее время τ жизни атома в возбужденном состоянии принять равным 10^{-8} с, а длину волны λ излучения — равной 600 нм.

Решение. При переходе атомов из возбужденного состояния в основное существует некоторый разброс (неопределенность) в энергии испускаемых фотонов. Это связано с тем, что энергия возбужденного состояния не является точно определенной, а имеет конечную ширину Γ (рис. 45.1). Согласно соотношению неопределенностей энергии и времени, ширина Γ энергетического уровня возбужденного состояния связана со средним временем τ жизни атомов в этом состоянии соотношением

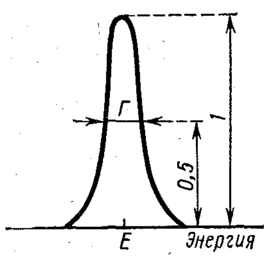

Рис. 45.1

$$\Gamma\tau \sim \hbar.$$

Тогда ширина энергетического уровня определяется выражением

$$\Gamma = \hbar/\tau.$$

Вследствие конечной ширины уровня энергии возбужденного состояния энергия фотонов испускаемых атомами также имеет разброс, равный ширине энергетического уровня, т. е. $\Delta\varepsilon = \Gamma$. Тогда

$$\Delta\varepsilon = \hbar/\tau. \qquad (1)$$

Поскольку энергия ε фотона связана с длиной волны λ соотношением

$$\varepsilon = 2\pi\hbar c/\lambda,$$

то разбросу $\Delta\varepsilon$ ($\Delta\varepsilon \ll \varepsilon$) энергии соответствует разброс $\Delta\lambda$ длин волн ($\Delta\lambda \ll \lambda$)

$$\Delta\varepsilon = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda^2}\Delta\lambda \tag{2}$$

(знак минус опущен).

Входящий в это выражение конечный интервал длин волн $\Delta\lambda$ и есть естественная ширина спектральной линии. Выразив $\Delta\lambda$ из формулы (2) и заменив $\Delta\varepsilon$ согласно (1), получим

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\pi c\tau}.$$

Произведем вычисления:

$$\Delta\lambda = 2\cdot 10^{-14}\,\text{м} = 20\ \text{фм}.$$

Вопросы и задачи

Фазовая и групповая скорость

45-1 Прибор зарегистрировал скорость распространения электромагнитного импульса. Какую скорость зарегистрировал прибор — фазовую или групповую?

45-2. Можно ли измерить фазовую скорость?

45-3. Волновой «пакет» образован двумя плоскими монохроматическими: волнами:

$$\xi_1(x, t) = \cos(1002\,t - 3x),\ \xi_2(x, t) = \cos(1003\,t - 3{,}01\,x).$$

Определить фазовые скорости v_1 и v_2 каждой волны и групповую скорость u волнового «пакета».

45-4. Известно, что фазовая скорость $v = \omega/k$. Найти выражения фазовой скорости волн де Бройля в нерелятивистском и релятивистском случаях.

45-5. Фазовая скорость волн де Бройля больше скорости света в вакууме (в релятивистском случае). Не противоречит ли это постулатам теории относительности?

45-6. Зная общее выражение групповой скорости, найти групповую скорость u волн де Бройля в нерелятивистском и релятивистском случаях.

45-7. Написать закон дисперсии (т. е. формулу, выражающую зависимость фазовой скорости от длины волны) волн де Бройля в нерелятивистском и релятивистском случаях.

45-8. Будут ли расплываться в вакууме волновые пакеты, образованные из волн: 1) электромагнитных; 2) де Бройля?

Соотношение неопределенностей

45-9. Определить неточность Δx в определении координаты электрона, движущегося в атоме водорода со скоростью $v = 1{,}5\cdot 10^6$ м/с, если допускаемая неточность Δv в определении скорости составляет 10% от ее величины. Сравнить полученную неточность с диаметром d атома

§ 46. ПРОСТЕЙШИЕ СЛУЧАИ ДВИЖЕНИЯ МИКРОЧАСТИЦ

Основные формулы

1. Одномерное временное уравнение Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2},$$

где i — мнимая единица $(\sqrt{-1})$; m — масса частицы, $\Psi(x, t)$ — волновая функция, описывающая состояние частицы.

Волновая функция, описывающая одномерное движение свободной частицы,

$$\Psi(x, t)=A\exp\frac{i}{\hbar}(px-Et),$$

где A — амплитуда волны де Бройля; p — импульс частицы; E — энергия частицы.

Одномерное уравнение Шредингера для стационарных состояний

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi=0,$$

где E — полная энергия частицы; $U(x)$ — потенциальная энергия; $\psi(x)$ — координатная (или амплитудная) часть волновой функции.

Для случая трех измерений $\psi(x, y, z)$ уравнение Шредингера записывается в виде

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi=0,$$

или в операторной форме

$$\Delta\psi+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi=0,$$

где $\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа.

При решении уравнения Шредингера следует иметь в виду стандартные условия, которым должна удовлетворять волновая функция: конечность (во всем пространстве), однозначность, непрерывность самой ψ-функции и ее первой производной.

2. Вероятность dW обнаружить частицу в интервале от x до $x+dx$ (в одномерном случае) выражается формулой

$$dW=|\psi(x)|^2\,dx,$$

где $|\psi(x)|^2$ — плотность вероятности.

Вероятность W обнаружить частицу в интервале от x_1 до x_2 находится интегрированием dW в указанных пределах:

$$W=\int_{x_1}^{x_2}|\psi(x)|^2\,dx.$$

3. Собственное значение энергии E_n частицы, находящейся на n-м энергетическом уровне в бесконечно глубоком одномерном прямоугольном потенциальном ящике, определяется формулой

$$E_n=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}n^2\quad(n=1, 2, 3, \ldots),$$

где l — ширина потенциального ящика.

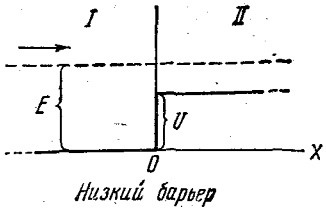

Рис. 46.1

Соответствующая этой энергии собственная волновая функция имеет вид

$$\psi_n(x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\frac{\pi n}{l}x.$$

4. Коэффициент преломления n волн де Бройля на границе низкого потенциального барьера бесконечной ширины* (рис. 46.1)

$$n=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{k_2}{k_1},$$

где λ_1 и λ_2 — длины волн де Бройля в областях I и II (частица движется из области I во II); k_1 и k_2 — соответствующие значения волновых чисел.

5. Коэффициенты отражения ρ и пропускания τ волн де Бройля через низкий ($U < E$) потенциальный барьер бесконечной ширины:

$$\rho=\left|\frac{k_1-k_2}{k_1+k_2}\right|^2;\quad \tau=\frac{4k_1k_2}{(k_1+k_2)^2},$$

где k_1 и k_2 — волновые числа волн де Бройля в областях I и II

6. Коэффициент прозрачности D прямоугольного потенциального барьера конечной ширины

$$D\approx\exp\left[-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U-E)}\,d\right],$$

где U — высота потенциального барьера; E — энергия частицы; d — ширина барьера.

Примеры решения задач

1. Электрон находится в бесконечно глубоком одномерном прямоугольном потенциальном ящике шириной l. Вычислить вероятность того, что электрон, находящийся в возбужденном состоянии ($n=2$), будет обнаружен в средней трети ящика.

Решение. Вероятность W обнаружить частицу в интервале $x_1 < x < x_2$ определяется равенством

$$W=\int_{x_1}^{x_2}|\psi_n(x)|^2\,dx, \qquad (1)$$

где $\psi_n(x)$ — нормированная собственная волновая функция, отвечающая данному состоянию.

Нормированная собственная волновая функция, описывающая состояние электрона в потенциальном ящике, имеет вид

$$\psi_n(x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\frac{\pi n}{l}x.$$

* Такой барьер называют также потенциальной ступенью; если при переходе из области I в область II потенциальная энергия частицы уменьшается.

Возбужденному состоянию ($n = 2$) отвечает собственная функция

$$\psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{2\pi}{l} x. \qquad (2)$$

Подставив $\psi_2(x)$ в подынтегральное выражение формулы (1) и выносия постоянные величины за знак интеграла, получим

$$W = \frac{2}{l} \int_{x_1}^{x_2} \sin^2 \frac{2\pi}{l} x \, dx. \qquad (3)$$

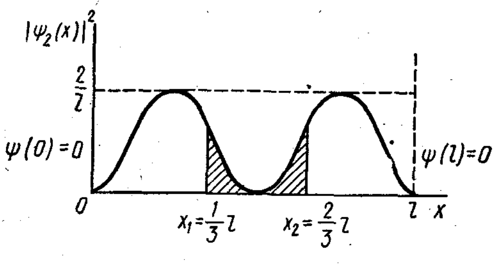

Рис. 46.2

Согласно условию задачи, $x_1 = {}^1/_3\, l$ и $x_2 = {}^2/_3\, l$ (рис. 46.2). Подставим эти пределы интегрирования в формулу (3), произведем замену $\sin^2 \frac{2\pi}{l} x = \frac{1}{2}\left(1 - \cos \frac{4\pi}{l} x\right)$ и разобьем интеграл на два:

$$W = \frac{2}{l} \int_{l/3}^{2l/3} \sin^2 \frac{2\pi}{l} x \, dx = \frac{1}{l} \left\{ \int_{l/3}^{2l/3} dx - \int_{l/3}^{2l/3} \cos \frac{4\pi}{l} x \, dx \right\} =$$

$$= \frac{1}{l} \left\{ \frac{l}{3} - \frac{l}{4\pi} \sin \frac{4\pi}{l} x \Big|_{l/3}^{2l/3} \right\} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4\pi} \left(\sin \frac{8\pi}{3} - \sin \frac{4\pi}{3} \right).$$

Заметив, что $\sin \frac{8\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{3}$, а $\sin \frac{4\pi}{3} = -\sin \frac{\pi}{3}$, получим

$$W = 0{,}195.$$

2. Моноэнергетический поток электронов ($E = 100$ эВ) падает на низкий* прямоугольный потенциальный барьер бесконечной ширины (рис. 46.1). Определить высоту потенциального барьера U, если известно, что 4% падающих на барьер электронов отражается.

Решение. Коэффициент отражения ρ от низкого потенциального барьера выражается формулой

$$\rho = \left| \frac{k_1 - k_2}{k_2 + k_2} \right|^2,$$

где k_1 и k_2 — волновые числа, отвечающие движению электронов в областях I и II (см. рис. 46.1).

В области I кинетическая энергия электрона равна E и волновое число

$$k_1 = (1/\hbar) \sqrt{2mE}.$$

* Прямоугольный потенциальный барьер называется низким, если энергия E частицы больше высоты U потенциального барьера, в противном случае барьер называется высоким.

Поскольку координата электрона не определена, то импульс электрона определяется точно и, следовательно, в данном случае можно говорить о точном значении кинетической энергии

В области II кинетическая энергия электрона равна $E - U$ и волновое число

$$k_2 = (1/\hbar)\sqrt{2m(E-U)}.$$

Коэффициент отражения может быть записан в виде*

$$\rho = \left(\frac{\sqrt{2mE} - \sqrt{2m(E-U)}}{\sqrt{2mE} + \sqrt{2m(E-U)}}\right)^2.$$

Разделим числитель и знаменатель дроби на $\sqrt{2mE}$:

$$\rho = \left(\frac{1-\sqrt{1-U/E}}{1+\sqrt{1+U/E}}\right)^2.$$

Решая уравнение относительно $\sqrt{1 - U/E}$, получим

$$\sqrt{1-U/E} = \frac{1-\sqrt{\rho}}{1+\sqrt{\rho}};$$

Возведя обе части равенства в квадрат, найдем высоту потенциального барьера:

$$U = \left[1 - \left(\frac{1-\sqrt{\rho}}{1+\sqrt{\rho}}\right)^2\right] E.$$

Подставив сюда значения величин и произведя вычисления, найдем

$$U = 55{,}6 \text{ эВ}$$

3. Электрон с энергией $E = 4{,}9$ эВ движется в положительном направлении оси X (рис. 46.3). Высота U потенциального барьера равна 5 эВ. При какой ширине d барьера вероятность W прохождения электрона через него будет равна 0,2?

Решение. Вероятность W прохождения частицы через потенциальный барьер по своему физическому смыслу совпадает с коэффициентом прозрачности D ($W = D$). Тогда вероятность того, что электрон пройдет через прямоугольный потенциальный барьер, выразится соотношением

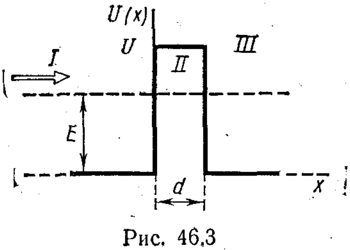

Рис. 46.3

$$W \approx \exp\left[-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U-E)}\,d\right], \quad (1)$$

---

* В случае низкого потенциального барьера k_1 и k_2 действительны, а знак модуля можно опустить.

где m — масса электрона. Потенцируя это выражение, получим

$$\ln W = -\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U-E)}d.$$

Для удобства вычислений изменим знак у правой и левой части этого равенства и найдем d:

$$d = \frac{\hbar \ln(1/W)}{2\sqrt{2m(U-E)}}.$$

Входящие в эту формулу величины выразим в единицах СИ и произведем вычисления:

$$d = 4{,}95\cdot 10^{-10}\text{ м} = 0{,}495\text{ нм}.$$

Учитывая, что формула (1) приближенная и вычисления носят оценочный характер, можно принять $d \approx 0{,}5$ нм.

Вопросы и задачи

Уравнение Шредингера

46-1. Написать уравнение Шредингера для электрона, находящегося в водородоподобном атоме.

46-2. Написать уравнение Шредингера для линейного гармонического осциллятора. Учесть, что сила, возвращающая частицу в положение равновесия, $f = -\beta x$ (где β — коэффициент пропорциональности, x — смещение).

46-3. Временна́я часть уравнения Шредингера имеет вид $i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = E\Psi$. Найти решение уравнения.

46-4. Написать уравнение Шредингера для свободного электрона, движущегося в положительном направлении оси X со скоростью v. Найти решение этого уравнения.

46-5. Почему при физической интерпретации волновой функции говорят не о самой ψ-функции, а о квадрате ее модуля ψ^2?

46-6. Чем обусловлено требование конечности ψ-функции?

46-7. Уравнение Шредингера для стационарных состояний имеет вид $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(U-E)\psi = 0$. Обосновать, исходя из этого уравнения, требования, предъявляемые к волновой функции, — ее непрерывность и непрерывность первой производной от волновой функции.

46-8. Может ли $|\psi(x)|^2$ быть больше единицы?

46-9. Показать, что для ψ-функции выполняется равенство $|\psi(x)|^2 = \psi(x)\psi^*(x)$, где $\psi^*(x)$ означает функцию, комплексно сопряженную $\psi(x)$.

46-10. Доказать, что если ψ-функция циклически зависит от времени $\left[\text{т. е. } \Psi(x,t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar}Et\right)\psi(x)\right]$, то плотность вероятности есть функция только координаты.

ный потенциальный барьер высотой $U = 10$ МэВ и шириной $d = 5$ фм. Найти коэффициент прозрачности D барьера для α-частиц.

46-78. Протон и электрон прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов $\Delta\varphi = 10$ кВ. Во сколько раз отличаются коэффициенты прозрачности D_e для электрона и D_p для протона, если высота U барьера равна 20 кэВ и ширина $d = 0,1$ пм?

§ 47. СТРОЕНИЕ АТОМА

Основные формулы[1]

1. Уравнение Шредингера для стационарных состояний в сферических координатах

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial\psi}{\partial\vartheta}\right)+\frac{1}{\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}\right]+$$
$$+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi=0,$$

где $\psi = \psi(r, \vartheta, \varphi)$ — волновая функция; E — полная энергия частицы; U — потенциальная энергия частицы (являющаяся функцией координат).

2. В атоме водорода (или водородоподобном ионе) потенциальная энергия $U(r)$ имеет вид

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

где Z — зарядовое число; e — элементарный заряд; ε_0 — электрическая постоянная.

3. Собственное значение энергии E_n электрона в атоме водорода

$$E_n = -\frac{Z^2 e^4 m}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2 n^2},$$

где $\hbar$ — постоянная Планка, n — главное квантовое число ($n = 1, 2, 3, \ldots$).

4. Символическая запись ψ-функции, описывающей состояние электрона в атоме водорода,

$$\psi_{n,l,m}(r, \vartheta, \varphi),$$

где n, l, m — квантовые числа: главное, орбитальное, магнитное.

Вероятность dW того, что электрон находится в области, ограниченной элементом объема dV, взятого в окрестности точки с координатами r, ϑ, φ,

$$dW = |\psi_{n,l,m}(r, \vartheta, \varphi)|^2 dV,$$

где $dV = r^2\sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi\, dr$ (в сферических координатах).

В s-состоянии ($l = 0$, $m = 0$) волновая функция сферически симметрична (т. е. не зависит от углов ϑ и φ).

Нормированные собственные ψ-функции, отвечающие $1s$-состоянию (основному) и $2s$-состоянию,

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}}e^{-r/a} \text{ и } \psi_{200}(r) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi a^3}}\left(2-\frac{r}{a}\right)e^{-r/2a},$$

или в атомных единицах

$$\psi_{100}(\rho) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-\rho} \text{ и } \psi_{200}(\rho) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}}(2-\rho)e^{-\rho/2},$$

где в качестве единицы длины принят боровский радиус $a = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{e^2 m} = 52,9$ пм.

При таком выборе единицы длины расстояние от ядра $\rho = r/a$ будет выражаться в безразмерных единицах длины, называемых атомными единицами.

Вероятность dW найти электрон в атоме водорода, находящемся в s-состоянии, в интервале $(r, r + dr)$ одинакова по всем направлениям и определяется формулой (см. также пример 4)

$$dW = |\psi_{n,0,0}(r)|^2 \, 4\pi r^2 \, dr$$

5. Орбитальные моменты импульса* и магнитный момент электрона:

$$\mathscr{L}_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}, \quad \mu_l = \mu_B\sqrt{l(l+1)},$$

где l — орбитальное квантовое число, которое может принимать значения $0, 1, 2, \ldots, n-1$; μ_B — магнетон Бора: $\left(\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 0{,}927 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/Тл}\right)$

6. Проекции орбитальных момента импульса и магнитного момента на направление внешнего магнитного поля (совпадающего с осью Z):

$$\mathscr{L}_{lZ} = \hbar m_l, \quad \mu_{lZ} = \mu_B m_l$$

7. Гиромагнитное отношение для орбитальных магнитного и механического моментов

$$\frac{\mu_l}{\mathscr{L}_l} = \frac{\mu_{lZ}}{\mathscr{L}_{lZ}} = \frac{\mu_B}{\hbar} = \frac{1}{2}\frac{e}{m}.$$

8. Спиновые момент импульса* и магнитный момент электрона:

$$\mathscr{L}_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}, \quad \mu_s = 2\mu_B\sqrt{s(s+1)},$$

где s — спиновое квантовое число ($s = 1/2$).

9. Проекции спиновых момента импульса и магнитного момента на направление внешнего магнитного поля (совпадающего с осью Z):

$$\mathscr{L}_{sZ} = \hbar m_s, \quad \mu_{sZ} = 2\mu_B m_s,$$

где m_s — спиновое магнитное квантовое число ($m_s = -1/2, +1/2$).

10. Гиромагнитное отношение для спиновых магнитного и механического моментов

$$\frac{\mu_s}{\mathscr{L}_s} = \frac{\mu_{sZ}}{\mathscr{L}_{sZ}} = 2\frac{\mu_B}{\hbar} = \frac{e}{m}.$$

11. Распределение электронов по состояниям в атоме записывается с помощью спектроскопических символов:

Значение побочного квантового числа	0	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	5	[illegible]	[illegible]
Спектроскопический символ	s	p	d	f	g	h	i	k

Электронная конфигурация записывается следующим образом: число, стоящее слева перед спектроскопическим символом, означает главное квантовое число n, а сам спектроскопический символ отвечает тому или иному значению орбитального квантового числа l (пример: обозначению $2p$ отвечает электрон с $n = 2$ и $l = 1$; $2p^2$ означает, что таких электронов в атоме 2, и т. д.).

* Вместо термина «момент импульса» употребляют также термин «механический момент» (механический орбитальный момент, механический спиновой момент).

12. Принцип Паули. В атоме не может находиться два (и более) электрона, характеризуемых одинаковым набором четырех квантовых чисел: n, l, m_l, m_s.

13. Полный момент импульса электрона

$$\mathscr{L}_j = \hbar\sqrt{j(j+1)},$$

где j — внутреннее квантовое число ($j = l + 1/2$, $l - 1/2$).

14. Полный орбитальный момент атома

$$\mathscr{L}_L = \hbar\sqrt{L(L+1)},$$

где L — полное орбитальное квантовове число.

15. Полный спиновой момент атома

$$\mathscr{L}_S = \hbar\sqrt{S(S+1)},$$

где S — полное спиновое квантовое число.

16. Полный момент импульса атома

$$\mathscr{L}_J = \hbar\sqrt{J(J+1)},$$

где J — полное внутреннее квантовое число.

17. Символическое обозначение состояния атома (спектральный терм)

$$^{2S+1}L_J,$$

где $2S+1$ — мультиплетность. Вместо полного орбитального квантового числа L пишут символ в соответствии с таблицей:

Значение	0	1	2	3	4	5
Символ	S	P	D	F	G	H

Пример: терм $^2P_{3/2}$ расшифровывается следующим образом: мультиплетность $2S+1=2$, следовательно, $S=1/2$, символу P соответствует $L=1$, а $J=3/2$.

18. Магнитный момент атома

$$\mu_J = g\mu_B\sqrt{J(J+1)},$$

где g — множитель (или фактор) Ланде:

$$g = 1 + \frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}.$$

19. Проекция магнитного момента атома на направление внешнего магнитного поля (совпадающего с осью Z)

$$\mu_{Jz} = g\mu_B m_J,$$

где m_J — полное магнитное квантовое число ($m_J = J$, $J-1$, ..., $-J$).

20. Сила, действующая на атом в неоднородном магнитном поле,

$$F_z = \frac{\partial B}{\partial z}\mu_{Jz},$$

где $\partial B/\partial z$ — градиент магнитной индукции.

21. Частота ларморовой прецессии

$$\omega_Л = eB/(2m),$$

где m — масса электрона.

22. Энергия атома в магнитном поле

$$E = -\mu_{Jz}B.$$

23. Величина расщепления спектральной линии при эффекте Зеемана:
а) сложном (аномальном)

$$\Delta\omega = (m_J'' g'' - m_J' g')\,\omega_{\text{Л}},$$

где m_J'', m_J' и g'', g' — магнитные квантовые числа и множители Ланде соответствующих термов;

б) простом (нормальном)

$$\Delta\omega = 0, \ \pm\omega_{\text{Л}}.$$

24. Правила отбора для квантовых чисел S, L, J и m_S, m_L, m_J:

$$\Delta S = 0; \quad \Delta m_S = 0;$$

$$\Delta L = \pm 1; \quad \Delta m_L = 0, \ \pm 1;$$

$$\Delta J = 0, \ \pm 1; \quad \Delta m_J = 0, \ \pm 1.$$

Не осуществляются переходы $J = 0 \to J = 0$, а при $J = 0$ — переходы $m_J = 0 \to m_J = 0$.

Примеры решения задач

1. Атом водорода находится в состоянии 1*s*. Определить вероятность W пребывания электрона в атоме внутри сферы радиусом $r = 0{,}1\ a$ (где a — радиус первой боровской орбиты). Волновая функция, описывающая это состояние, считается известной.

Решение. Вероятность обнаружить электрон в окрестности точки с координатами r, ϑ, φ в объеме $\mathrm{d}V$ определяется равенством

$$\mathrm{d}W = |\psi_{n,\,l,\,m}(r,\,\vartheta,\,\varphi)|^2\,\mathrm{d}V.$$

В 1*s*-состоянии волновая функция ψ сферически симметрична, т. е. зависит только от r, и поэтому

$$\mathrm{d}W = |\,\psi_{100}(r)\,|^2\,\mathrm{d}V, \tag{1}$$

где $\psi_{100}(r)$ — собственная нормированная волновая функция, отвечающая основному состоянию: $\psi_{100}(r) = \dfrac{1}{\sqrt{\pi a^3}}\,\mathrm{e}^{-r/a}$.

Благодаря сферической симметрии ψ-функции вероятность обнаружить электрон на расстоянии r одинакова по всем направлениям. Поэтому элемент объема $\mathrm{d}V$, отвечающий одинаковой плотности вероятности, можно представить в виде объема сферического слоя радиусом r и толщиной $\mathrm{d}r$: $\mathrm{d}V = 4\pi r^2\,\mathrm{d}r$.

С учетом выражений $\psi_{100}(r)$ и $\mathrm{d}V$ формула (1) запишется в виде

$$\mathrm{d}W = \left|\frac{1}{\sqrt{\pi a^3}}\,\mathrm{e}^{-r/a}\right|^2 4\pi r^2\,\mathrm{d}r = \frac{4}{a^3}\,\mathrm{e}^{-2r/a}\,r^2\,\mathrm{d}r.$$

При вычислении вероятности удобно перейти к атомным единицам, приняв в качестве единицы длины радиус первой боровской орбиты a. Если ввести безразмерную величину $\rho = r/a$, то

$$r^2 = \rho^2 a^2,\ \mathrm{d}r = a\,\mathrm{d}\rho \ \text{и}\ \mathrm{d}W = 4\,\mathrm{e}^{-2\rho}\rho^2\,\mathrm{d}\rho.$$

Вероятность найдем, интегрируя dW в пределах от $r_1 = 0$ до $r_2 = 0{,}1\,a$ (или от $\rho_1 = 0$ до $\rho_2 = 0{,}1$):

$$W = 4\int_0^{0,1} \rho^2 e^{-2\rho}\,d\rho.$$

Этот интеграл может быть точно вычислен интегрированием по частям, однако при малых ρ ($\rho_{max} = 0{,}1$) выражение $e^{-2\rho}$ можно разложить в ряд Маклорена:

$$e^{-2\rho} = 1 - 2\rho + \frac{1}{2!}(2\rho)^2 - \ldots$$

и произвести приближенное вычисление.

Пренебрегая всеми членами степени выше первой, запишем интеграл в виде

$$W = 4\int_0^{0,1}(1-2\rho)\,\rho^2\,d\rho = 4\int_0^{0,1}\rho^2\,d\rho - 8\int_0^{0,1}\rho^3\,d\rho.$$

Первый и второй интегралы дают соответственно результаты

$$4\left[\frac{\rho^3}{3}\right]_0^{0,1} = \frac{4}{3}\cdot 10^{-3} \text{ и } 8\left[\frac{\rho^4}{4}\right]_0^{0,1} = 0{,}2\cdot 10^{-3}.$$

Таким образом, искомая вероятность

$$W = 1{,}33\cdot 10^{-3} - 0{,}2\cdot 10^{-3} = 1{,}13\cdot 10^{-3}.$$

2. Электрон в возбужденном атоме водорода находится в $3\,p$-состоянии. Определить изменение магнитного момента, обусловленного орбитальным движением электрона, при переходе атома в основное состояние.

Решение. Изменение $\Delta\mu_l$ магнитного момента найдем как разность магнитных моментов в конечном (основном) и начальном (возбужденном) состояниях, т. е. $\Delta\mu_l = \mu_{l2} - \mu_{l1}$.

Магнитный момент орбитального движения электрона зависит только от орбитального квантового числа l:

$$\mu_l = \mu_B\sqrt{l(l+1)}.$$

Отсюда имеем: в основном состоянии $l = 0$ и $\mu_{l2} = 0$; в возбужденном ($3p$) состоянии $l = 1$ и $\mu_{l1} = \mu_B\sqrt{2}$. Следовательно, изменение магнитного момента

$$\Delta\mu_l = -\mu_B\sqrt{2}.$$

Знак минус показывает, что в данном случае магнитный момент уменьшился. Подставив значение $\mu_B = 0{,}927\cdot 10^{-23}$ Дж/Тл, получим

$$\Delta\mu_l = -1{,}31\cdot 10^{-23} \text{ Дж/Тл}.$$

47-75. Построить схему возможных энергетических переходов в слабом магнитном поле между состояниями атома, определяемыми следующими термами: 1) $^2P_{1/2} \rightarrow {}^2S$; 2) $^2P_{3/2} \rightarrow {}^2S$; 3) $^2D_{3/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$.

47-76. Вычислить смещение $\Delta\omega$ спектральных линий при сложном (аномальном) эффекте Зеемана в случае перехода атома из состояния, определяемого термом $^2P_{1/2}$, в состояние — $^2S_{1/2}$. В качестве единицы смещения принять нормальное (лоренцово) смещение $\Delta\omega = (\mu_B/\hbar)B$.

§ 48. СПЕКТРЫ МОЛЕКУЛ

Основные формулы

1. Приведенная масса двухатомной молекулы

$$\mu = m_1 m_2/(m_1 + m_2),$$

где m_1 и m_2 — массы атомов, входящих в состав молекулы.

2. Собственная круговая частота осциллятора

$$\omega = \sqrt{\beta/\mu},$$

где β — коэффициент квазиупругой силы.

3. Нулевая собственная волновая функция одномерного квантового гармонического осциллятора

$$\psi_0(x) = C_0 \exp(-\alpha^2 x^2/2),$$

где параметр $\alpha = \sqrt{\mu\omega/\hbar}$.

4. Колебательная энергия гармонического осциллятора

$$E_n = \hbar\omega(n + {}^1/_2),$$

где n — колебательное квантовое число ($n = 0, 1, 2, 3, \ldots$).

Для квантового числа n существует правило отбора, согласно которому $\Delta n = \pm 1$.

5. Нулевая энергия

$$E_0 = {}^1/_2\hbar\omega.$$

6. Колебательная энергия ангармонического осциллятора

$$E_v = \hbar\omega\,[(v + {}^1/_2) - \gamma(v + {}^1/_2)^2],$$

где v — колебательное квантовое число ($v = 0, 1, 2, \ldots$); γ — коэффициент ангармоничности, Δv — любое целое число. Для квантового числа v нет правила отбора, поэтому Δv может принимать любые целочисленные значения.

7. Разность энергий двух соседних колебательных уровней

$$\Delta E_{v+1,\,v} = \hbar\omega\,[1 - 2\gamma(v+1)].$$

8. Максимальное значение квантового числа v

$$v_{\max} = \frac{1}{2\gamma} - 1.$$

9. Максимальная колебательная энергия

$$E_{\max} = \hbar\omega/(4\gamma).$$

10. Энергия диссоциации двухатомной молекулы

$$D = \frac{\hbar\omega}{4\gamma}(1 - 2\gamma).$$

11. Момент инерции двухатомной молекулы относительно оси проходящей через ее центр инерции перпендикулярно прямой, соединяющей ядра атомов,

$$J = \mu d^2,$$

где μ — приведенная масса молекулы; d — межъядерное расстояние.

12. Вращательная постоянная

$$B = \hbar^2/(2\mathcal{J}).$$

13. Вращательная энергия двухатомной молекулы

$$E_{\mathcal{J}} = B\mathcal{J}(\mathcal{J}+1),$$

где $\mathcal{J}$ — вращательное квантовое число ($\mathcal{J} = 0, 1, 2, \ldots$).

14. Спектроскопическое волновое число

$$\tilde{\nu} = 1/\lambda,$$

где λ — длина волны излучения.

15. Энергия ε фотона излучения связана с спектроскопическим волновым числом соотношением

$$\varepsilon = 2\pi\hbar c\tilde{\nu},$$

где c — скорость распространения электромагнитного излучения.

Примеры решения задач

1. Собственная циклическая частота ω колебаний молекулы HCl равна $5{,}63\cdot10^{14}\,\text{с}^{-1}$, коэффициент ангармоничности $\gamma = 0{,}0201$. Определить: 1) энергию $\Delta E_{2,1}$ (в электрон-вольтах) перехода молекулы с первого на второй колебательный энергетический уровень; 2) максимальное квантовое число v_{max}; 3) максимальную колебательную энергию E_{max}; 4) энергию диссоциации E_d.

Решение. 1. Энергию перехода $\Delta E_{v+1,v}$ между двумя соседними уровнями найдем как разность двух значений колебательной энергии:

$$\Delta E_{v+1,v} = E_{v+1} - E_v.$$

Так как колебательная энергия двухатомной молекулы определяется соотношением

$$E_v = \hbar\omega\left[\left(v+\frac{1}{2}\right) - \gamma\left(v+\frac{1}{2}\right)^2\right], \qquad (1)$$

то

$$\Delta E_{v+1,v} = \hbar\omega\left\{\left[\left(v+\frac{3}{2}\right) - \gamma\left(v+\frac{3}{2}\right)^2\right] - \left[\left(v+\frac{1}{2}\right) - \gamma\left(v+\frac{1}{2}\right)^2\right]\right\} = \hbar\omega\,[1 - 2\gamma(v+1)].$$

Подставив значения $\hbar$, ω, γ и произведя вычисления, найдем

$$\Delta E_{2,1} = 0{,}682\ \text{эВ}.$$

2. Максимальное квантовое число v_{max} найдем, приравняв разность соседних энергетических уровней нулю:

$$\Delta E_{v+1,\, v} = \hbar\omega\,[1 - 2\gamma\,(v_{max} + 1)] = 0,$$

или $1 - 2\gamma\,(v_{max} + 1) = 0$, откуда

$$v_{max} = \frac{1}{2\gamma} - 1. \qquad (2)$$

Подставив сюда значение γ и округлив до ближайшего (снизу) целого значения найденное v_{max}, получим

$$v_{max} = 23.$$

3. Максимальную колебательную энергию E_{max} найдем, если в выражение (1) вместо v подставим v_{max} по формуле

$$E_{max} = \hbar\omega\left[\left(\frac{1}{2\gamma} - 1 + \frac{1}{2}\right) - \gamma\left(\frac{1}{2\gamma} - 1 + \frac{1}{2}\right)^2\right].$$

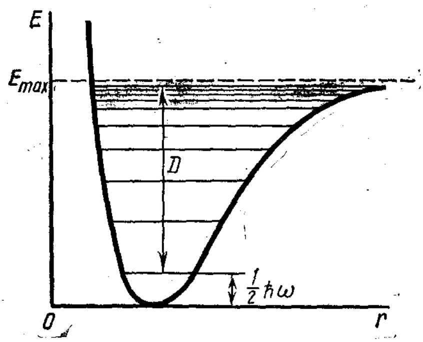

Рис. 48.1

Выполняя простые преобразования и пренебрегая $\gamma/4$ по сравнению с $1/(4\gamma)$, получаем

$$E_{max} = \hbar\omega/(4\gamma)$$

Подставим значения $\hbar$, ω, γ и произведем вычисления:

$$E_{max} = 4{,}61 \text{ эВ}.$$

4. Энергия диссоциации есть энергия, которую необходимо затратить, чтобы отделить атомы в молекуле друг от друга и удалить их без сообщения им кинетической энергии на расстояние, на котором взаимодействие атомов пренебрежимо мало. На рис. 48.1 эта энергия отвечает переходу с нулевого колебательного уровня на самый высокий возбужденный, соответствующий v_{max}. Тогда энергия диссоциации

$$D = E_{max} - E_0 = \frac{\hbar\omega}{4\gamma} - \frac{1}{2}\hbar\omega, \text{ или } E_d = \frac{\hbar\omega}{4\gamma}(1 - 2\gamma).$$

Подставив значения $\hbar$, ω, γ и произведя вычисления, найдем

$$D = 4{,}43 \text{ эВ}.$$

2. Для молекулы HF определить: 1) момент инерции J, если межъядерное расстояние $d = 91{,}7$ пм; 2) вращательную постоянную B; 3) энергию, необходимую для возбуждения молекулы на первый вращательный уровень.

Решение 1. Если воспользоваться формулой приведенной массы μ молекулы, то ее момент инерции можно выразить соотношением

$$J = \mu d^2, \text{ или } J = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} d^2,$$

где m_1 и m_2 — массы атомов водорода и фтора (относительные атомные массы химических элементов приведены в табл. 30).

Произведя вычисления по этой формуле, найдем

$$J = 1{,}33 \cdot 10^{-47} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

2. Вращательная постоянная B с учетом выражения для $\mathcal{J}$ равна

$$B = \hbar^2/(2\,\mu d^2).$$

Подставив значения $\hbar$, μ, d и произведя вычисления, получим

$$B = 2{,}73 \text{ мэВ}.$$

3. Энергия, необходимая для возбуждения молекулы на первый вращательный уровень, равна разности энергий молекулы на первом и нулевом вращательных уровнях.

Так как вращательная энергия двухатомной молекулы выражается соотношением $E_{\mathcal{J}} = B_{\mathcal{J}}\,(\mathcal{J} + 1)$, то разность энергий двух соседних вращательных уровней

$$\Delta E_{\mathcal{J}+1,\,\mathcal{J}} = E_{\mathcal{J}+1} - E_{\mathcal{J}} = \{[B\,(\mathcal{J}+1)\,(\mathcal{J}+2)] - [B\mathcal{J}\,(\mathcal{J}+1)]\}.$$

После упрощений получим

$$\Delta E_{\mathcal{J}+1,\,\mathcal{J}} = 2B\,(\mathcal{J}+1).$$

Положив здесь $\mathcal{J} = 0$, найдем значение энергии, необходимое для возбуждения молекулы с нулевого уровня на первый:

$$\Delta E_{1,0} = 2\,B = 5{,}46 \text{ мэВ}.$$

Задачи

Колебательный спектр двухатомной молекулы

48-1. Изобразить графически зависимость $\psi_0(x)$ и $|\psi_0(x)|^2$ для нулевой собственной волновой функции осциллятора.

48-2. Используя условие нормировки, определить нормировочный множитель C_0 нулевой собственной волновой функции осциллятора.

48-3. Рассматривая молекулу как квантовый гармонический осциллятор, находящийся в основном состоянии ($n = 0$), найти амплитуду A классических колебаний, выразив ее через параметр α.

48-4. Гармонический осциллятор находится в основном состоянии ($n = 0$). Какова вероятность W обнаружения частицы в области ($-A < x < A$), где A — амплитуда классических колебаний?

48-5. Определить среднюю потенциальную энергию $\langle U(x) \rangle$ гармонического осциллятора, находящегося в основном состоянии, выразив ее через нулевую энергию E_0.

48-6. Собственная круговая частота ω колебаний молекулы водорода равна $8{,}08 \cdot 10^{14} \text{с}^{-1}$. Найти амплитуду A классических колебаний молекулы.

СПРАВОЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ

I. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

1. Формулы алгебры и тригонометрии

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$Z = a + ib$ $\qquad$ $Z^* = a - ib$

$Z = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ $\qquad$ $Z^* = \rho(\cos\varphi - i\sin\varphi)$

$Z = \rho e^{i\varphi}$ $\qquad$ $Z^* = \rho e^{-i\varphi}$

$|Z| = \rho = \sqrt{a^2 + b^2}$ $\qquad$ $ZZ^* = |Z|^2$

$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$ $\qquad$ $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$

$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$ $\qquad$ $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos y \qquad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = 1/2\,(1 - \cos 2x) \qquad \cos^2 x = 1/2\,(1 + \cos 2x)$$

$$\sin ax \sin bx = 1/2 \cos (a - b)x - 1/2 \cos (a + b)x$$

$$\sin ax \cos bx = 1/2 \sin (a + b)x + 1/2 \sin (a - b)x$$

2. Формулы дифференциального и интегрального исчислений

$$\frac{d(uv)}{dx} = v\frac{du}{dx} + u\frac{dv}{dx} \qquad \frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{d(x^m)}{dx} = mx^{m-1} \qquad \frac{d(e^x)}{dx} = e^x$$

$$\frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x} \qquad \frac{d(a^x)}{dx} = a^x \ln a$$

$$\frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x \qquad \frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x$$

$$\frac{d(\operatorname{ctg} x)}{dx} = -\frac{1}{\sin^2 x} \qquad \frac{d(\operatorname{tg} x)}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\int x^m dx = \frac{1}{m+1} x^{m+1}\text{*} \ (\text{при } m \neq 1) \qquad \int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x \qquad \int \sin x dx = -\cos x$$

$$\int \cos x dx = \sin x \qquad \int e^x dx = e^x$$

---

* Здесь и далее постоянная интегрирования опускается.

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right|$$

$$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right|$$

$$\int \sin^2 x\,dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x$$

$$\int \cos^2 x\,dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-x}\,dx = n!$$

$$\int_0^\infty x^3 e^{-ax^2}\,dx = \frac{1}{2}a^{-2}$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax}\,dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$\int_0^\infty x^4 e^{-ax^2}\,dx = \frac{3}{8}\sqrt{\pi}\,a^{-5/2}$$

$$\int_0^\infty x^{1/2} e^{-ax}\,dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}a^{-3/2}$$

$$\int_0^\infty \frac{x\,dx}{e^x-1} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\int_0^\infty x^{3/2} e^{-ax}\,dx = \frac{3}{4}\sqrt{\pi}\,a^{-5/2}$$

$$\int_0^\infty \frac{x^2\,dx}{e^x-1} = 2,405$$

$$\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\int_0^\infty \frac{x^3\,dx}{e^x-1} = \frac{\pi^4}{15}$$

$$\int_0^\infty x e^{-ax^2}\,dx = \frac{1}{2a}$$

$$\int_0^1 \frac{x^3\,dx}{e^x-1} = 0,225$$

$$\int_0^\infty x^2 e^{-ax^2}\,dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}a^{-3/2}$$

$$\int_0^2 \frac{x^3\,dx}{e^x-1} = 1,18$$

3. Формулы для приближенных вычислений

Если $a \ll 1$, то в первом приближении можно принять:

$$\frac{1}{1\pm a} = 1 \mp a;$$

$$\frac{1}{\sqrt{1\pm a}} = 1 \mp \frac{1}{2}a;$$

$$(1\pm a)^2 = 1 \pm 2a;$$

$$e^a = 1 + a;$$

$$\sqrt{1\pm a} = 1 \pm \frac{1}{2}a;$$

$$\ln(1+a) = a.$$

Если угол α мал ($\alpha < 5^\circ$ или $\alpha < 0,1$ рад) и выражен в радианах, то в первом приближении можно принять:

$$\sin\alpha = \operatorname{tg}\alpha = \alpha, \quad \cos\alpha = 1.$$

4. Значения тригонометрических функций

Угол, град	sin	tg	ctg	cos	
0	0,0000	0,0000	∞	1,0000	90
1	0,0175	0,0175	57,29	0,9998	89
2	0,0349	0,0349	28,64	0,9994	88
3	0,0523	0,0524	19,08	0,9986	87
4	0,0698	0,0699	14,30	0,9976	86
5	0,0872	0,0875	11,43	0,9962	85
6	0,1045	0,1051	9,514	0,9945	84
7	0,1219	0,1228	8,144	0,9925	83
8	0,1392	0,1405	7,115	0,9903	82
9	0,1564	0,1584	6,314	0,9877	81
10	0,1736	0,1763	5,671	0,9848	80
11	0,1908	0,1944	5,145	0,9816	79
12	0,2079	0,2126	4,705	0,9781	78
13	0,2250	0,2309	4,331	0,9744	77
14	0,2419	0,2493	4,011	0,9703	76
15	0,2588	0,2679	3,732	0,9659	75
16	0,2756	0,2867	3,487	0,9613	74
17	0,2924	0,3057	3,271	0,9563	73
18	0,3090	0,3249	3,078	0,9511	72
19	0,3256	0,3443	2,904	0,9455	71
20	0,3420	0,3640	2,747	0,9397	70
21	0,3584	0,3839	2,605	0,9336	69
22	0,3746	0,4040	2,475	0,9272	68
23	0,3907	0,4245	2,356	0,9205	67
24	0,4067	0,4452	2,246	0,9135	66
25	0,4226	0,4663	2,145	0,9063	65
26	0,4384	0,4877	2,050	0,8988	64
27	0,4540	0,5095	1,963	0,8910	63
28	0,4695	0,5317	1,881	0,8829	62
29	0,4848	0,5543	1,804	0,8746	61
30	0,5000	0,5774	1,732	0,8660	60
31	0,5150	0,6009	1,664	0,8572	59
32	0,5299	0,6249	1,600	0,8480	58
33	0,5446	0,6494	1,540	0,8387	57
34	0,5592	0,6745	1,483	0,8290	56
35	0,5736	0,7002	1,428	0,8192	55
36	0,5878	0,7265	1,376	0,8090	54
37	0,6018	0,7536	1,327	0,7986	53
38	0,6157	0,7813	1,280	0,7880	52
39	0,6293	0,8098	1,235	0,7771	51
40	0,6428	0,8391	1,192	0,7660	50
41	0,6561	0,8693	1,150	0,7547	49
42	0,6691	0,9004	1,111	0,7431	48
43	0,6820	0,9325	1,072	0,7314	47
44	0,6947	0,9657	1,036	0,7193	46
45	0,7071	1,0000	1,0000	0,7071	45
	cos	ctg	tg	sin	Угол, град

Примечание. Синусы и тангенсы малых углов (до 5°) можно принимать равными углу, выраженному в радианах. Допускаемая при этом относительная ошибка не будет превышать 0,3%. О переводе градусной меры углов в радианную и обратно см. табл. 9.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	0000	0004	0009	0013	0017	0022	0026	0030	0035	0039
101	0043	0048	0052	0056	0060	0065	0069	0073	0077	0082
102	0086	0090	0095	0099	0103	0107	0111	0116	0120	0124
103	0128	0133	0137	0141	0145	0149	0154	0158	0162	0166
104	0170	0175	0179	0183	0187	0191	0195	0199	0204	0208
105	0212	0216	0220	0224	0228	0233	0237	0241	0245	0249
106	0253	0257	0261	0265	0269	0273	0278	0282	0286	0290
107	0294	0298	0302	0306	0310	0314	0318	0322	0326	0330
108	0334	0338	0342	0346	0350	0354	0358	0362	0366	0370
109	0374	0378	0382	0386	0390	0394	0398	0402	0406	0410
110	0414	0418	0422	0426	0430	0434	0438	0441	0445	0449
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2226	2253	2279
17	2304	2330	2356	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396
55	7404	7412	7419	7417	7435	7443	7451	7459	7466	7474

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
56	7482	7490	7597	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551
57	7559	7566	9574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
91	9590	9594	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	8777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
98	9912	9916	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9969

В таблице даны значения мантисс десятичных логарифмов с четырьмя знаками. Таблица распадается на две части.

В первой части указаны значения мантисс для чисел от 1000 до 1100 через интервалы, равные 1; первые три цифры указаны в первом столбце таблицы, последняя — наверху ее.

Во второй части указаны значения мантисс для чисел от 110 до 999 через интервал, равный 1; первые две цифры указаны в первом столбце таблицы, последняя — наверху ее.

Соотношения между десятичными и натуральными логарифмами:

$$\ln N \approx 2{,}303 \lg N, \quad \lg N \approx 0{,}4343 \ln N.$$

II. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ О ЕДИНИЦАХ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

6. Единицы физических величин СИ, имеющие собственные наименования

Величина	Единица: наименование	Единица: обозначение
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср
Сила, вес	ньютон	Н
Давление	паскаль	Па
Напряжение (механическое)	паскаль	Па
Модуль упругости	паскаль	Па
Работа, энергия	джоуль	Дж
Мощность	ватт	Вт
Частота колебаний	герц	Гц
Термодинамическая температура		
Разность температур	кельвин	К
Теплота (количество теплоты)	джоуль	Дж
Количество вещества	моль	моль
Электрический заряд	кулон	Кл
Сила тока	ампер	А
Поток электрического смещения	кулон	Кл
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	вольт	В
Электрическая емкость	фарад	Ф
Электрическое сопротивление	ом	Ом
Электрическая проводимость	сименс	См
Магнитная индукция	тесла	Тл
Магнитный поток	вебер	Вб
Индуктивность	генри	Гн
Сила света	кандела	кд
Световой поток	люмен	лм
Освещенность	люкс	лк
Поток излучения	ватт	Вт
Доза излучения (поглощенная доза излучения)	грей	Гр
Активность изотопа	беккерель	Бк

7. Множители и приставки для образования десятичных, кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка: наименование	Приставка: обозначение	Пример	
10^{18}	экса	Э	эксаметр	Эм
10^{15}	пета	П	петагерц	ПГц
10^{12}	тера	Т	тераджоуль	ТДж
10^{9}	гига	Г	гиганьютон	ГН
10^{6}	мега	М	мегаом	МОм
10^{3}	кило	к	километр	км
10^{2}	гекто	г	гектоватт	гВ
10^{1}	дека	да	декалитр	дал
10^{-1}	деци	д	дециметр	дм
10^{-2}	санти	с	сантиметр	см
10^{-3}	милли	м	миллиампер	мА
10^{-6}	микро	мк	микровольт	мкВ
10^{-9}	нано	н	наносекунда	нс
10^{-12}	пико	п	пикофарад	пФ
10^{-15}	фемто	ф	фемтограмм	фг
10^{-18}	атто	а	аттокулон	аКл

Примечание к таблице 7. Перечисленные в таблице множители и приставки используются для образования кратных и дольных единиц от единиц Международной системы и от внесистемных единиц, допущенных к применению.

Приставки гекто, дека, деци и санти допускается применять только в наименованиях кратных и дольных единиц, уже получивших широкое распространение (гектар, декалитр, дециметр, сантиметр и др.).

Приставки рекомендуется выбирать таким образом, чтобы числовые значения величин находились в пределах от 0,1 до 1000. Например, для выражения числа $7{,}5\cdot10^{-5}$ м следует выбрать приставку микро, а не приставку милли или нано. С приставкой микро получим $7{,}5\cdot10^{-5}$ м=75 мкм, т. е. число находящееся в пределах от 0,1 до 1000.

С приставкой милли получим $7{,}5\cdot10^{-5}$ м= 0,075 мм, т. е. число, меньшее 0,1, а с приставкой нано — $7{,}5\cdot10^{-5}$=75 000 нм, т. е. число, большее 1000.

Наименования и обозначения десятичных кратных и дольных единиц образуются присоединением *приставок к наименованиям исходных единиц. Присоединение двух (и более)* приставок подряд не допускается. Например, вместо единицы «микромикрофарад» следует применять единицу «пикофарад».

Обозначение приставки пишется слитно с обозначением единицы, к которой она присоединяется.

При сложном наименовании производной единицы СИ приставку присоединяют к наименованию первой единицы, входящей в произведение или числитель дроби. Например, кПа·с/м, но не Па·кс/м.

В виде исключения из этого правила временно в обоснованных случаях, т. е. в случаях, когда это нашло широкое распространение, допускается присоединение приставки к наименованию единицы, входящей в знаменатель дроби. Например, кВ/см, А/мм². Однако в интересах упрощения и унификации единиц следует постепенно переходить к правильно образованным кратным и дольным единицам (например, от ампера на квадратный миллиметр к мегаамперу на квадратный метр, от киловольта на сантиметр к мегавольту на метр и т. д.).

Кроме десятичных кратных и дольных единиц стандартом СЭВ «Единицы физических величин» допущены к использованию кратные и дольные единицы времени, плоского угла и относительных величин, не являющиеся десятичными. Например, единицы времени (минута, час, сутки); единицы плоского угла (градус, минута, секунда).

8. Внесистемные единицы, допущенные к применению наравне с единицами СИ

(в соответствии со стандартом СЭВ 1052—78 «Метрология. Единицы физических величин»)

Величина	*Единица*		
	наименование	*обозначение*	*соотношение с единицей СИ*
Масса	тонна	т	10^3 кг
	атомная единица массы	а. е. м.	$1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
Объем, вместимость	литр	л	10^{-3} м³
Плоский угол	градус	...°	$1{,}74\cdot10^{-2}$ рад
	минута	...′	$2{,}91\cdot10^{-4}$ рад
	секунда	...″	$4{,}85\cdot10^{-6}$ рад
Работа, энергия	электрон-вольт	эВ	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Дж
Относительная величина	единица (число 1)	—	1
	процент	%	10^{-2}
Логарифмическая величина	бел	Б	—
	децибел	дБ	—
Температура	градус Цельсия	°С	1° С=1 К

9. Соотношения между внесистемными единицами и единицами СИ

Единицы пространства и времени. Единицы механических величин

Длина	1 ангстрем (Å) $=10^{-10}$ м$=10^{-8}$ см
Время	1 сут=86400 с
	1 год=365,25 сут$=3{,}16\cdot10^7$ с
Плоский угол	$1°=\pi/180$ рад$=1{,}75\cdot10^{-2}$ рад
	$1'=\pi/108\cdot10^{-2}$ рад$=2{,}91\cdot10^{-4}$ рад
	$1''=\pi/648\cdot10^{-3}$ рад$=4{,}85\cdot10^{-6}$ рад

Объем, вместимость	1 л $=10^{-3}$ м$^3=10^3$ см^3
Масса	1 т $=10^3$ кг 1 а. е. м. $=1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
Сила	1 кгс $=9{,}81$ Н
Работа, энергия	1 кгс·м $=9{,}81$ Дж 1 Вт·ч $=3{,}6\cdot10^3$ Дж 1 эВ $=1{,}60\cdot10^{-19}$ Дж
Мощность	1 л. с. $=736$ Вт
Давление	1 кгс/см$^2=9{,}81\cdot10^4$ Па 1 мм рт. ст. $=133$ Па 1 бар $=10^5$ Па 1 атм $=1{,}01\cdot10^5$ Па
Напряжение (механическое)	1 кгс/мм$^2=9{,}81\cdot10^6$ Па
Частота вращения	1 об/с $=1$ с$^{-1}$ 1 об/мин $=1/60$ с$^{-1}$
Волновое число	1 см$^{-1}=100$ м$^{-1}$

Единицы величин молекулярной физики и термодинамики

Концентрация частиц	1 см$^{-3}=10^6$ м$^{-3}$
Теплота (количество теплоты)	1 кал $=4{,}19$ Дж 1 ккал $=4{,}19\cdot10^3$ Дж

Единицы электрических и магнитных величин

Электрический момент диполя	1 D $=3{,}34\cdot10^{-30}$ Кл·м
Удельное электрическое сопротивление	1 Ом·мм^2/м $=10^{-6}$ Ом·м
Магнитная индукция	1 Гс $=10^{-4}$ Тл
Магнитный поток	1 Мкс $=10^{-8}$ Вб
Напряженность магнитного поля	1 Э $=\dfrac{10^3}{4\pi}\dfrac{\text{А}}{\text{м}}=79{,}6$ А/м

Единицы световых величин и величин энергетической фотометрии

Освещенность	1 фот $=10^4$ лк

Единицы величин ионизирующих излучений

Доза излучения (поглощенная доза излучения)	1 рад $=0{,}01$ Гр
Мощность дозы излучения (мощность поглощенной дозы излучения)	1 рад/с $=0{,}01$ Гр/с 1 рад/ч $=2{,}78\cdot10^{-6}$ Гр/с
Экспозиционная доза рентгеновского и гамма-излучений	1 Р $=2{,}58\cdot10^{-4}$ Кл/кг
Мощность экспозиционной дозы рентгеновского и гамма-излучений	1 Р/с $=2{,}58\cdot10^{-4}$ А/кг 1 Р/мин $=4{,}30\cdot10^{-6}$ А/кг 1 Р/ч $=7{,}17\cdot10^{-8}$ А/кг
Активность нуклида в радиоактивном источнике (активность изотопа)	1 расп./с $=1$ Бк 1 Ки $=3{,}70\cdot10^{10}$ Бк
Плотность потока ионизирующих частиц	1 част./(с·м^2) $=1$ с$^{-1}$ м$^{-2}$

III. ТАБЛИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

10. Некоторые астрономические величины

Радиус Земли	$6{,}37 \cdot 10^{6}$ м
Масса Земли	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95 \cdot 10^{8}$ м
Масса Солнца	$1{,}98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74 \cdot 10^{6}$ м
Масса Луны	$7{,}33 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49 \cdot 10^{11}$ м
То же, до центра Луны	$3{,}84 \cdot 10^{8}$ м
Период вращения Луны вокруг Земли	27,3 сут $= 2{,}36 \cdot 10^{6}$ с

11. Плотность ρ твердых тел и жидкостей (Мг/м³, или г/см³)

Твердые тела

Алюминий	2,70
Висмут	9,80
Вольфрам	19,3
Железо (чугун, сталь)	7,87
Золото	19,3
Каменная соль	2,20
Латунь	8,55
Марганец	7,40
Медь	8,93
Никель	8,80
Платина	21,4
Свинец	11,3
Серебро	10,5
Уран	18,7

Жидкости (при 15° С)

Вода (дистиллированная при 4° С)	1,00
Глицерин	1,26
Керосин	0,8
Масло (оливковое, смазочное)	0,9
Масло касторовое	0,96
Ртуть	13,6
Сероуглерод	1,26
Спирт	0,8
Эфир	0,7

12. Плотность ρ газов при нормальных условиях (кг/м³)

Азот	1,25
Аргон	1,78
Водород	0,09
Воздух	1,29
Гелий	0,18
Кислород	1,43

13. Упругие постоянные твердых тел (округленные значения)

Вещество	*Модуль Юнга E*, ГПа	*Модуль сдвига G*, ГПа
Алюминий	69	24
Вольфрам	380	140
Железо (сталь)	200	76
Медь	98	44
Серебро	74	27

14. Эффективный диаметр молекул, динамическая вязкость и теплопроводность газов при нормальных условиях

Вещество	*Эффективный диаметр d*, нм	*Динамическая вязкость* η, мкПа·с	*Теплопроводность* λ, мВт/(м·К)
Азот	0,38	16,6	24,3
Аргон	0,35	21,5	16,2
Водород	0,28	8,66	168
Воздух	0,27	17,2	24,1
Гелий	0,22	18,9	142
Кислород	0,36	19,8	24,4
Пары воды	0,30	8,32	15,8

15. Критические параметры и поправки Ван-дер-Ваальса

Газ	Критическая температура $T_{кр}$, К	Критическое давление $p_{кр}$, МПа	Поправки Ван-дер-Ваальса	
			a, Н·м^4/моль^2	*b*, 10^{-6} м^3/моль
Азот	126	3,39	0,135	3,86
Аргон	151	4,86	0,134	3,22
Водяной пар	647	22,1	0,545	3,04
Кислород	155	5,08	0,136	3,17
Неон	44,4	2,72	0,209	1,70
Углекислый газ	304	7,38	0,361	4,28
Хлор	417	7,71	0,650	5,62

16. Динамическая вязкость η жидкостей при 20° С (мПа·с)

Вода	1,00
Глицерин	1480
Масло касторовое	987
Масло машинное	100
Ртуть	1,58

17. Поверхностное натяжение σ жидкостей при 20° С (мН/м)

Вода	73
Глицерин	62
Мыльная вода	40
Ртуть	5,0·10^2
Спирт	22

18. Скорость звука c (м/с)

Вода	1450
Воздух (сухой, при нормальных условиях)	332

19. Диэлектрическая проницаемость ε

Вода	81
Масло (трансформаторное)	2,2
Парафин	2,0
Слюда	7,0
Стекло	7,0
Фарфор	5,0
Эбонит	3,0

20. Удельное сопротивление ρ и температурный коэффициент α проводников

Вещество	ρ (при 20 °C), нОм·м	α, °C^{-1}	*Вещество*	ρ (при 20 °C), нОм·м	α, °C^{-1}
Алюминий	26	$3{,}6\cdot10^{-3}$	Железо	98	$6{,}2\cdot10^{-3}$
Графит	$3{,}9\cdot10^{3}$	$-0{,}8\cdot10^{-3}$	Медь	17	$4{,}2\cdot10^{-3}$

21. Показатель преломления n

Алмаз	2,42
Вода	1,33
Масло коричное	1,60
Сероуглерод	1,63
Стекло	1,50

Примечание. Показатели преломления стекла зависят от сорта стекла и длины волны проходящего через него излучения. Поэтому приведенное здесь значение показателя преломления следует рассматривать как условное и использовать его только в том случае, когда он не указан в условии задачи.

22. Работа выхода электронов из металла

Металл	A, эВ	A, 10^{-19} Дж	*Металл*	A, эВ	A, 10^{-19} Дж
Калий	2,2	3,5	Платина	6,3	10,1
Литий	2,3	3,7	Серебро	4,7	7,5
Натрий	2,5	4,0	Цинк	4,0	6,4

23. Элементы периодической системы

Z — порядковый номер элемента; A — относительная атомная масса химического элемента (округленные значения)

Z	Элемент	Символ	A	Z	Элемент	Символ	A	Z	Элемент	Символ	A
1	Водород	H	1,01	35	Бром	Br	79,9	69	Тулий	Tu	169
2	Гелий	He	4,00	36	Криптон	Kr	83,8	70	Иттербий	Yb	173
3	Литий	Li	6,94	37	Рубидий	Rb	85,5	71	Лютеций	Lu	175
4	Бериллий	Be	9,01	38	Стронций	Sr	87,6	72	Гафний	Hf	178
5	Бор	B	10,8	39	Иттрий	Y	88,9	73	Тантал	Ta	181
6	Углерод	C	12,0	40	Цирконий	Zr	91,2	74	Вольфрам	W	184
7	Азот	N	14,0	41	Ниобий	Hb	92,9	75	Рений	Re	186
8	Кислород	O	16,0	42	Молибден	Mo	96,0	76	Осмий	Os	190
9	Фтор	F	19,0	43	Технеций	Tc	99	77	Иридий	Ir	192
10	Неон	Ne	20,2	44	Рутений	Ru	101	78	Платина	Pt	195
11	Натрий	Na	23,0	45	Родий	Rh	103	79	Золото	Au	197
12	Магний	Mg	24,4	46	Палладий	Pd	106	80	Ртуть	Hg	201
13	Алюминий	Al	27,0	47	Серебро	Ag	108	81	Таллий	Tl	204
14	Кремний	Si	28,1	48	Кадмий	Cd	112	82	Свинец	Pb	207
15	Фосфор	P	31,0	49	Индий	In	115	83	Висмут	Bi	209
16	Сера	S	32,1	50	Олово	Sn	119	84	Полоний	Po	210
17	Хлор	Cl	35,5	51	Сурьма	Sb	122	85	Астат	At	210
18	Аргон	Ar	40,0	52	Теллур	Te	128	86	Радон	Rn	222
19	Калий	K	39,1	53	Йод	I	127	87	Франций	Fr	223
20	Кальций	Ca	40,1	54	Ксенон	Xe	131	88	Радий	Ra	226
21	Скандий	Sc	45,0	55	Цезий	Cs	133	89	Актиний	Ac	227
22	Титан	Ti	47,9	56	Барий	Ba	137	90	Торий	Th	232
23	Ванадий	V	51,0	57	Лантан	La	139	91	Протактиний	Pa	231
24	Хром	Cr	52,0	58	Церий	Ce	140	92	Уран	U	238
25	Марганец	Mn	54,9	59	Празеодим	Pr	141	93	Нептуний	Np	(237)*
26	Железо	Fe	55,9	60	Неодим	Nd	144	94	Плутоний	Pu	(244)
27	Кобальт	Co	58,9	61	Прометий	Pm	145	95	Америций	Am	(243)
28	Никель	Ni	58,7	62	Самарий	Sm	150	96	Кюрий	Cm	(247)
29	Медь	Cu	63,5	63	Европий	Eu	152	97	Берклий	Bk	(249)
30	Цинк	Zn	65,4	64	Гадолиний	Gd	157	98	Калифорний	Cf	(249)
31	Галлий	Ga	69,7	65	Тербий	Tb	159	99	Эйнштейний	Es	(254)
32	Германий	Ge	72,6	66	Диспрозий	Dy	163	100	Фермий	Fm	(262)
33	Мышьяк	As	74,9	67	Гольмий	Ho	165	101	Менделевий	Md	(259)
34	Селен	Se	79,0	68	Эрбий	Er	167				

* *В скобках даны массовые числа наиболее устойчивых изотопов элемента.*

24. Масса нейтральных атомов (а. е. м)

Элемент	Порядковый номер	Изотоп	Масса	Элемент	Порядковый номер	Изотоп	Масса
(Нейтрон)	0	n	1,00867	Бериллий	4	^{7}Be	7,01693
Водород	1	^{1}H	1,00783			^{9}Be	9,01219
		^{2}H	2,01410			^{10}Be	10,01354
		^{3}H	3,01605				
Гелий	2	^{3}He	3,01603	Бор	5	^{9}B	9,01333
		^{4}He	4,00260			^{10}B	10,01294
Литий	3	^{6}Li	6,01513			^{11}B	11,00931
		^{7}Li	7,01601				

Элемент	Порядковый номер	Изотоп	Масса	Элемент	Порядковый номер	Изотоп	Масса
Углерод	6	^{10}C	10,00168	Натрий	11	^{22}Na	21,99444
		^{12}C	12,00000			^{23}Na	22,98977
		^{13}C	13,00335	Магний	12	^{23}Mg	22,99414
		^{14}C	14,00324	Алюминий	13	^{30}Al	29,99817
Азот	7	^{13}N	13,00574	Кремний	14	^{31}Si	30,97535
		^{14}N	14,00307	Фосфор	15	^{31}P	30,97376
		^{15}N	15,00011	Калий	19	^{41}K	40,96184
Кислород	8	^{16}O	15,99491	Кальций	20	^{44}Ca	43,95549
		^{17}O	16,99913	Свинец	82	^{206}Pb	205,97446
		^{18}O	17,99916	Полоний	84	^{210}Po	209,98297
Фтор	9	^{19}F	18,99840				

25. Масса и энергия покоя некоторых элементарных и легких ядер

Частица	Масса		Энергия	
	m_0, кг	m_0, а. е. м.	E_0, Дж	E_0, МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Нейтральный π-мезон	$2,41 \cdot 10^{-28}$	0,14526	—	135
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
α-частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733

26. Период полураспада радиоактивных изотопов

Изотоп		Тип распада	Период полураспада	Изотоп		Тип распада	Период полураспада
Актиний	$^{225}_{89}Ac$	α	10 сут	Радон	$^{222}_{86}Rn$	α	3,8 сут
Йод	$^{131}_{53}I$	β^-, γ	8 сут	Стронций	$^{90}_{38}Sr$	β^-	28 лет
Иридий	$^{192}_{77}Ir$	β^-, γ	75 сут	Торий	$^{229}_{90}Th$	α, γ	$7 \cdot 10^3$ лет
Кобальт	$^{60}_{27}Co$	β^-, γ	5,3 года	Уран	$^{238}_{92}U$	α, γ	$4,5 \cdot 10^9$ лет
Магний	$^{27}_{12}Mg$	β^-	10 мин	Фосфор	$^{32}_{15}P$	β^-	14,3 сут
Радий	$^{219}_{88}Ra$	α	10^{-3} с	Натрий	$^{22}_{11}Na$	γ	2,6 года
Радий	$^{226}_{88}Ra$	α, γ	$1,62 \cdot 10^3$ лет				

Основные физические постоянные

Нормальное ускорение свободного падения	$g=9{,}81$ м/с^2
Гравитационная постоянная . .	$G=6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/(кг$\cdot$с^2)
Постоянная Авогадро	$N_A=6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	$R=8{,}31$ Дж/(К$\cdot$моль)
Стандартный объем*	$V_{0m}=22{,}4\cdot10^{-3}$ м^3/моль
Постоянная Больцмана	$k=1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Постоянная Фарадея	$F=9{,}65\cdot10^7$ Кл/моль
Элементарный заряд	$e=1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Масса электрона	$m_e=9{,}11\cdot10^{-31}$ кг
Удельный заряд электрона . .	$e/m=1{,}76\cdot10^{11}$ Кл/кг
Скорость света в вакууме** .	$c=3{,}00\cdot10^8$ м/с
Постоянная Стефана—Больцмана	$\sigma=5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м$^2\cdot$К^4)
Постоянная закона смещения Вина	$b=2{,}90\cdot10^{-3}$ м$\cdot$К
Постоянные в формуле Планка	$C_1=3{,}74\cdot10^{-16}$ Вт$\cdot$м^2
	$C_2=1{,}44\cdot10^{-2}$ м$\cdot$К
Постоянная Планка	$h=6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж$\cdot$с
	$\hbar=1{,}05\cdot10^{34}$ Дж$\cdot$с
Постоянная Ридберга	$R=2{,}07\cdot10^{-18}$ с$^{-1}$
	$R'=1{,}10\cdot10^7$ м$^{-1}$
Боровский радиус	$a=5{,}29\cdot10^{-11}$ м
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_c=2{,}43\cdot10^{-12}$ м
Магнетон Бора	$\mu_B=9{,}27\cdot10^{-24}$ Дж/Тл
Энергия ионизации атома водорода	$E_i=2{,}18\cdot10^{-18}$ Дж
Атомная единица массы . . .	1 а. е. м. $=1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
Ядерный магнетон	$\mu_N=5{,}05\cdot10^{-27}$ А$\cdot$м^2
Электрическая постоянная . .	$\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	$\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м

* Молярный объем идеального газа при нормальных условиях.

** Скорость света в вакууме по данным измерений на 1973 г. равна (299792,462±0,018) км/с.

Обозначения физических величин, принятые в задачнике

Активность изотопа A
Активность изотопа удельная (массовая активность) a
Амплитуда A
Вектор Пойнтинга **S**
Вероятность W
Восприимчивость диэлектрическая $\varkappa$
Восприимчивость магнитная χ
Вращение плоскости поляризации удельное $[\alpha]$
Время t
Время жизни среднее τ
Вязкость динамическая (коэффициент внутреннего трения) η
Граница фотоэффекта красная λ_0, ν_0
Давление p
Декремент колебаний логарифмический θ
Дефект массы Δm
Деформация относительная ε
Деформация сдвига γ
Дисперсия линейная D_l
Дисперсия угловая D_φ
Диффузия (коэффициент диффузии) D
Длина волны λ
Длина волны комптоновская λ_C
Длина физического маятника приведенная L
Длина пути (путь) s
Длина пути оптическая L
Длина свободного пробега средняя $\langle l \rangle$
Доза излучения (поглощенная доза излучения) D
Доза излучения эквивалентная D_{eq}
Доза излучения экспозиционная X
Емкость электрическая C
Жесткость (коэффициент упругости) k
Заряд электрический (количество электричества) Q
Заряд элементарный e
Излучательность (энергетическая светимость) R_e
Импульс (количество движения) тела p
Импульс силы I
Индуктивность L
Индуктивность взаимная M
Индукция магнитная B
Интенсивность звука (сила звука) I
Интенсивность ионизирующего излучения I
Интенсивность света I
Количество вещества ν
Количество теплоты (теплота) Q
Концентрация частиц (плотность числа частиц) n
Коэффициент (степень) диссоциации α
Коэффициент ангармоничности γ
Коэффициент затухания δ
Коэффициент ослабления линейный μ
Коэффициент отражения ρ
Коэффициент поглощения линейный a
Коэффициент полезного действия η
Коэффициент пропускания τ
Коэффициент сопротивления r

Коэффициент температурный линейного расширения	α
Коэффициент температурный объемного расширения	β
Коэффициент трения скольжения	f
Коэффициент упругости	k
Коэффициент черноты	a_T
Лучистость (энергетическая яркость)	L
Магнетон Бора	μ_B
Масса	m
Масса молярная	M
Масса относительная атомная	A_r
Масса относительная молекулярная	M_r
Масса приведенная	μ
Множитель (фактор Ланде)	g
Модуль сдвига	G
Модуль Юнга	E
Момент инерции	J
Момент импульса (момент количества движения)	L
Момент импульса частицы (механический момент)	$\mathscr{L}$
Момент магнитный контура с током	p_m
Момент магнитный частицы	μ, μ_M
Момент силы	M
Момент электрический диполя	p
Мощность	N, P
Мощность поглощенной дозы излучения	$\dot{D}$
Мощность эквивалентной дозы излучения	$\dot{D}_{eq}$
Мощность экспозиционной дозы излучения	$\dot{X}$
Намагниченность	J
Напряжение механическое касательное	τ
Напряжение механическое нормальное	σ
Напряжение электрическое	U
Напряженность гравитационного поля	G
Напряженность магнитного поля	H
Напряженность электрического поля	E
Натяжение поверхностное (коэффициент поверхностного натяжения)	σ
Облученность (энергетическая освещенность)	E_e
Объем (вместимость)	V
Объем молярный	V_m
Освещенность	E
Отношение гиромагнитное	γ
Перемещение	Δr
Период колебаний	T
Период полураспада	$T_{1/2}$
Плечо диполя	l
Плотность	ρ
Плотность излучательности спектральная	$r_{\nu, T}$; $r_{\lambda, T}$
Плотность оптическая	D
Плотность потока ионизирующих частиц	J
Плотность электрического тока	j
Плотность электрического заряда линейная	τ
Плотность электрического заряда объемная	ρ
Плотность электрического заряда поверхностная	σ
Плотность энергии объемная	w
Подвижность ионов	b
Показатель адиабаты	γ
Показатель преломления абсолютный	n
Показатель преломления относительный	$n_{2,1}$
Поляризованность	P
Поляризуемость молекулы	α
Постоянная Авогадро	N_A
Постоянная Больцмана	k
Постоянные Ван-дер-Ваальса	a, b
Постоянная вращательная	B
Постоянная вращения плоскости поляризации	α
Постоянная газовая молярная	R
Постоянная закона смещения Вина	b
Постоянная гравитационная	G
Постоянная дифракционной решетки	d
Постоянная магнитная	μ_0
Постоянная Планка	$h, \hbar$
Постоянная радиоактивного распада	λ
Постоянная Ридберга	R, R'
Постоянная Стефана-Больцмана	σ

Постоянная Фарадея	F
Постоянная электрическая	ε_0
Потенциал электрический	U
Поток излучения спектральный	Φ_λ
Поток магнитный	Φ
Поток напряженности электрического поля	Φ
Потокосцепление	Ψ
Поток световой	Φ
Поток тепловой	Φ
Поток электрического смещения	Ψ
Поток энергии излучения	Φ
Проводимость активная электрическая	G
Проводимость удельная электрическая	γ
Проницаемость относительная диэлектрическая	ε
Проницаемость относительная магнитная	μ
Работа	A
Работа выхода	A
Радиус боровский	a
Разность хода оптическая	Δ
Разность фаз	$\Delta\varphi$
Разность потенциалов	U
Расстояние фокусное	f
Расход массовый	Q_m
Расход объемный	Q_V
Светимость	R
Сила	F
Сила оптическая	Φ
Сила разрешающая	R
Сила света	I
Сила тока (ток)	I
Сила электродвижущая	$\mathscr{E}$
Скорость угловая	ω
Смещение точек среды при распространении в ней колебаний	ξ
Смещение электрическое	D
Сопротивление активное электрическое	R
Сопротивление удельное электрическое	ρ
Сопротивление акустическое	Z_a
Сопротивление акустическое удельное	Z_S
Степень поляризации	P
Температура термодинамическая	T
Температура характеристическая	Θ
Температура в градусах Цельсия	t
Теплоемкость молярная	C_m
Теплоемкость при постоянном давлении	C_p
Теплоемкость при постоянном объеме	C_V
Теплоемкость системы	C
Теплоемкость удельная	c
Теплопроводность (коэффициент теплопроводности)	λ
Толщина слоя половинного ослабления	$x_{1/2}$
Увеличение линейное	β
Увеличение угловое	Γ
Угол краевой	ϑ
Угол отражения	i_1'
Угол падения	i_1
Угол поворота (угловое перемещение)	φ
Угол преломления	i_2
Угол скольжения	ϑ
Угол телесный	ω
Уровень громкости звука	L_N
Уровень звукового давления	L_p
Уровень интенсивности звука	L_p
Ускорение линейное	a
Ускорение касательное (тангенциальное)	a_τ
Ускорение нормальное (центростремительное)	a_n
Ускорение свободного падения	g
Ускорение угловое	ε
Функция волновая	Ψ
Функция волновая (координатная)	ψ
Частота вращения	n
Частота излучения	ν
Частота колебаний	ν
Частота ларморова (угловая)	ω_L
Частота круговая (циклическая)	ω
Число витков	N
Число витков на единицу длины	n
Число волновое	k
Число волновое спектроскопическое	$\tilde{\nu}$

Число зарядовое (атомный номер элемента)	Z
Число Лошмидта	n_L
Число массовое	A
Число степеней свободы	i
Число нейтронов в ядре	N
Число Рейнольдса	Re
Число столкновений молекулы в единицу времени (среднее)	$\langle z \rangle$
Ширина интерференционной полосы	b
Эквивалент электрохимический	k
Энергия	E
Энергия внутренняя	U
Энергия внутренняя молярная	U_m
Энергия диссоциации	D
Энергия звуковая	W
Энергия излучения	W
Энергия ионизации	E_i
Энергия кинетическая	T
Энергия покоя	E_0
Энергия полная	E
Энергия потенциальная	Π U
Энергия связи	$E_{св}$
Энергия частицы	ε
Энергия электромагнитная	W
Энергия электромагнитная удельная	w
Энергия ядерной реакции	Q
Энтропия	S
Яркость	B

Александр Георгиевич Чертов
Анатолий Александрович Воробьев

ЗАДАЧНИК
ПО ФИЗИКЕ

Зав. редакцией Е. С. Гридасова
Редактор Р. Н. Бойцова
Младшие редакторы С. А. Доровских,
Н. П. Майкова, И. С. Соколовская
Художественный редактор В. И. Пономаренко
Технический редактор Э. М. Чижевский
Корректор Г. И. Кострикова

ИБ № 2863

Изд. № ФМ-669 *Сдано в набор* 26.02.81. *Подписано в печать* 10.07.81 Формат $60\times90^1/_{16}$. Бум. тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая Объем 31 усл. печ. л. Усл. кр.-отт. 31.12 31,90 уч.-изд. л Тираж 150 000 экз. Зак. № 94 Цена 1 р. 20 к.

Издательство «Высшая школа».
Москва, К-51, Неглинная ул., д. 29/14.

Московская типография № 4 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли,
Москва, 129041, Б. Переяславская, 46