

БИЛЕТ № 101

1. Найти все $n \in \mathbb{N}$, удовлетворяющие условию: $C_n^{n-2} < 15$.

2. Вычислить пределы:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^3} \qquad (b) \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^3 + 2x + 3}$$

3. Найти сумму числового ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3}{(2n+1)(2n+3)}$.

4. Вычислить производную функции $f(x) = x \operatorname{arctg} x^2 + x^{1/x} - \ln 2$.

5. Доказать по индукции формулу производной n -го порядка

$$(\sin(2x))^{(n)} = 2^n \sin\left(2x + \frac{\pi n}{2}\right).$$

6. Разложить по степеням x до порядка $\bar{o}(x^4)$ функцию $f(x) = (1 - e^{-x^2}) \cos x$.

7. Определение предела последовательности. Критерий Коши.

8. Производная сложной и обратной функции.

*ГОУ Московский институт радиотехники, электроники и автоматики
Экзаменационная работа по математическому анализу
1 курс (факультет ИТ, лектор Татаринцев А.В.)*

БИЛЕТ № 102

1. Доказать равенство: $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$.

2. Вычислить пределы:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 2^n}{3^n + n} \qquad (b) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{1 - \sqrt{4-x}}$$

3. Исследовать на сходимость числовой ряд: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{(n+1)!}$.

4. Найти уравнение касательной к графику функции $\begin{cases} x = 5 + 4 \cos^4 t \\ y = 3 - 8 \sin^4 t \end{cases}$ в точке $t = \frac{\pi}{4}$.

5. Найти производную n -го порядка $f^{(n)}(x)$ для функции $f(x) = (4x+1)e^x$.

6. Разложить по степеням x до порядка $\bar{o}(x^5)$ функцию $f(x) = \sin(\sin x) - x$.

7. Теорема о пределе монотонной ограниченной последовательности.

8. Определение производной. Производная произведения функций.

БИЛЕТ № 103

1. Доказать, что при $n \in \mathbb{N}$ выражение $4^n + 15n - 1$ делится на 9.
2. Вычислить пределы:
(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)!}{n! + (n+1)!}$ (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2x}{x^2 + 3} \right)^x$
3. Исследовать на сходимость числовой ряд: $\sum_{n=1}^{+\infty} n \left(\frac{2}{3} \right)^n$.
4. Найти уравнение нормали к графику функции $xy^3 + 3x^3 = 3 - 4y$ в точке $(1; 0)$.
5. Найти производную n -го порядка $f^{(n)}(x)$ для функции $f(x) = (3x - 2) \sin x$.
6. Разложить по степеням x до порядка $\bar{o}(x^4)$ функцию $f(x) = \frac{\sin x}{x} - e^{x^2}$.
7. Бесконечно малая последовательность. Теорема о сумме бесконечно малых.
8. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.

*ГОУ Московский институт радиотехники, электроники и автоматики
Экзаменационная работа по математическому анализу
1 курс (факультет ИТ, лектор Татаринцев А.В.)*

БИЛЕТ № 104

1. Найти все $n \in \mathbb{N}$, удовлетворяющие условию: $C_n^3 = 3 \cdot C_n^{n-2}$.
2. Вычислить пределы:
(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^4 + 2n} - \sqrt{n^4 + 3} \right)$ (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x^2)}{\operatorname{tg} x^2}$
3. Исследовать на сходимость числовой ряд: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3n^2 - 1}{\sqrt{n^5 + 2} + n}$.
4. Вычислить производную функции $f(x) = \sqrt{1 + x \sin 3x} - (1 + x)^x + \sin 1$.
5. Доказать по индукции формулу производной n -го порядка
$$(\ln(1 - 3x))^{(n)} = - \frac{(n-1)!}{(1-3x)^n} \cdot 3^n.$$
6. Разложить по степеням x до порядка $\bar{o}(x^4)$ функцию $f(x) = 2 \ln(\cos x) + x^2$.
7. Числовой ряд и его сумма. Необходимое условие сходимости.
8. Теорема Роля и ее геометрический смысл.

БИЛЕТ № 105

- Доказать равенство: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.
- Вычислить пределы:
(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n-1} \right)^n$ (b) $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{2 \sin x - 1}{\cos 3x}$
- Найти сумму числового ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + 2^n}{6^n}$.
- Найти уравнение касательной к графику функции $y^3 + x^2y = 1 - 3x$ в точке $(0; 1)$.
- Найти производную n -го порядка $f^{(n)}(x)$ для функции $f(x) = \cos 2x \cdot \cos 3x$.
- Разложить по степеням x до порядка $\bar{o}(x^4)$ функцию $f(x) = \cos(\sin x) - 1$.
- Числовой ряд и его сумма. Признаки сравнения знакоположительных рядов.
- Теорема Лагранжа и ее геометрический смысл.

*ГОУ Московский институт радиотехники, электроники и автоматики
Экзаменационная работа по математическому анализу
1 курс (факультет ИТ, лектор Татаринцев А.В.)*

БИЛЕТ № 106

- Доказать, что $9^{n+1} - 8n - 9$ при любом $n \in N$ делится на 16.
- Вычислить пределы:
(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\ln n!}$ (b) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{x^2 - \pi^2}$
- Исследовать на сходимость числовой ряд: $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{n+3} \right)^n$.
- Найти уравнение нормали в точке $x = 1$ для функции:
$$y = 3x - 2 + x^{1/x}.$$
- Найти производную n -го порядка $f^{(n)}(x)$ для функции $f(x) = (x+3) \operatorname{ch} x$.
- Разложить по степеням x до порядка $\bar{o}(x^4)$ функцию $f(x) = \sin x \cdot \ln(1+2x)$.
- Числовой ряд и его сумма. Признаки Даламбера и Коши (радикальный).
- Достаточное условие монотонности функции.