

Теоретические вопросы по курсу
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ
2 семестр

1. Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств.
2. Понятие линейной зависимости и независимости системы векторов. Размерность и базис линейного пространства.
3. Закон преобразования координат вектора при переходе к другому базису. Матрица перехода от одного базиса линейного пространства к другому.
4. Определение линейного подпространства. Примеры. Критерий линейного подпространства. Дополнение базиса подпространства до базиса всего пространства.
5. Линейный оператор и его свойства. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к другому базису.
6. Линейные действия над операторами (умножение на число, сложение и умножение операторов) и их связь с линейными действиями над матрицами.
7. Ядро и образ линейного оператора. Обратный оператор. Матрица обратного оператора. Критерий обратимости линейного оператора.
8. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Нахождение собственных значений с помощью характеристического уравнения.
9. Линейные операторы простого типа. Достаточное условие оператора простого типа. Матрица оператора простого типа.
10. Билинейные формы в линейном пространстве. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Преобразование матрицы квадратичной формы при замене базиса.
11. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Положительный и отрицательный индексы, ранг. Закон инерции квадратичных форм, три инварианта квадратичной формы.
12. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
13. Определение евклидова пространства. Евклидово скалярное произведение и его матрица Грама.
14. Неравенство Коши - Буняковского. Длины векторов и углы между векторами в евклидовом пространстве. Неравенство треугольника.

15. Матрица Грама скалярного произведения. Координатная и векторно-матричная запись скалярного произведения. Критерий матрицы Грама. Преобразование матрицы Грама при замене базиса.
16. Ортогональный и ортонормированный базис. Процесс ортогонализации базиса. Алгоритм Грама-Шмидта.
17. Самосопряженные операторы и их свойства.
18. Ортогональные операторы и их свойства.
19. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогональных преобразований.
20. Приложение теории квадратичных форм к исследованию кривой и поверхности второго порядка.