

1. Фокусное расстояние сферического зеркала

$$f = R/2,$$

где R — радиус кривизны зеркала.

2. Оптическая сила сферического зеркала

$$\Phi = 1/f.$$

3. Формула сферического зеркала

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

где a и b — расстояния от полюса зеркала соответственно до предмета и изображения.

Если изображение предмета мнимое, то величина b берется со знаком минус.

Если фокус сферического зеркала мнимый (зеркало выпуклое), то величина f берется со знаком минус.

4. Закон преломления света

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21},$$

где i_1 — угол падения; i_2 — угол преломления; $n_{21} = n_2/n_1$ — относительный показатель преломления второй среды относительно первой; n_1 и n_2 — абсолютные показатели преломления соответственно первой и второй сред.

Индексы в обозначениях углов i_1 и i_2 указывают, в какой среде (первой или второй) идет луч. Если луч переходит из первой среды во вторую, то i_1 будет углом падения, а i_2 — углом преломления. Если луч переходит из второй среды в первую, падая на поверхность раздела под углом i_2 , то по принципу обратимости световых лучей угол преломления будет равен i_1 (рис. 28.1).

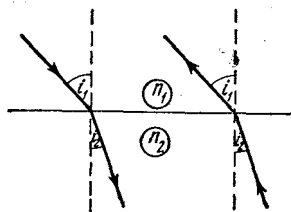


Рис. 28.1

5. Предельный угол полного отражения при переходе света из среды более оптически плотной в среду менее оптически плотную

$$i_{\text{пр}} = \arcsin(n_2/n_1) \quad (n_2 < n_1).$$

6. Оптическая сила тонкой линзы

$$\Phi = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_{\text{л}}}{n_{\text{ср}}} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где f — фокусное расстояние линзы; $n_{\text{л}}$ — абсолютный показатель преломления вещества линзы; $n_{\text{ср}}$ — абсолютный показатель преломления окружающей среды (одинаковой с обеих сторон линзы).

В приведенной формуле радиусы выпуклых поверхностей берутся со знаком плюс, вогнутых — со знаком минус.

7. Оптическая сила двух тонких сложенных вплотную линз

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2.$$

8. Формула тонкой линзы

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

где a — расстояние от оптического центра линзы до предмета; b — расстояние от оптического центра линзы до изображения.

Если фокус мнимый (линза рассеивающая), то величина f отрицательна.

Если изображение мнимое, то величина b отрицательна.

9. Угловое увеличение лупы

где D — расстояние наилучшего зрения ($D = 25$ см).

* Некоторые задачи этой главы были составлены М. Ф. Федоровым.

10. Угловое увеличение телескопа $\Gamma = f_{об}/f_{ок}$,

где $f_{об}$ и $f_{ок}$ — фокусные расстояния соответственно объектива и окуляра.
Расстояние от объектива до окуляра телескопа

$$L = f_{об} + f_{ок}$$

Эти формулы можно применять только в том случае, если в телескоп наблюдают весьма удаленные предметы.

11. Угловое увеличение микроскопа

$$\Gamma = \delta D / (f_{об} f_{ок}),$$

где δ — расстояние между задним фокусом объектива и передним фокусом окуляра.

Расстояние от объектива до окуляра микроскопа

$$L = f_{об} + \delta + f_{ок}.$$

§ 29. ФОТОМЕТРИЯ Основные формулы

1. Световой поток Φ , испускаемый изотропным* точечным источником света в пределах телесного угла ω , в вершине которого находится источник, выражается формулой

$$\Phi = I\omega,$$

где I — сила света источника; $\omega = 2\pi(1 - \cos \vartheta)$; ϑ — угол между осью конуса и его образующей.

2. Полный световой поток, испускаемый изотропным точечным источником света,

$$\Phi_0 = 4\pi I.$$

3. Освещенность поверхности определяется соотношением

$$E = \Phi/S,$$

где S — площадь поверхности, по которой равномерно распределяется падающий на нее световой поток Φ .

Освещенность, создаваемая изотропным точечным источником света,

$$E = \frac{I}{r^2} \cos i,$$

где r — расстояние от поверхности до источника света; i — угол падения лучей.

4. Сила света любого элемента поверхности косинусного излучателя

$$I = I_0 \cos \varphi,$$

где φ — угол между нормалью к элементу поверхности и направлением наблюдения; I_0 — сила света элемента поверхности по направлению нормали к этому элементу.

5. Яркость светящейся поверхности

$$B = I/\sigma,$$

где I — сила света в направлении наблюдения; σ — площадь проекции светящейся поверхности на плоскость, перпендикулярную этому направлению.

6. Светимость определяется соотношением

$$R = \Phi/S,$$

где Φ — световой поток, испускаемый поверхностью; S — площадь этой поверхности.

Светимость косинусных излучателей $R = \pi B$.

1. Скорость света в среде

$$v = c/n,$$

где c — скорость света в вакууме, n — абсолютный показатель преломления среды.

2. Оптическая длина пути световой волны

$$L = nl,$$

где l — геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n .

3. Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

4. Оптическая разность хода световых волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной пластинки или пленки, находящейся в воздухе (рис. 30.1, б),

где d — толщина пластинки (пленки), i_1 — угол падения, i_2 — угол преломления.

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} + \lambda/2,$$

$$\text{или } \Delta = 2dn \cos i_2 + \lambda/2,$$

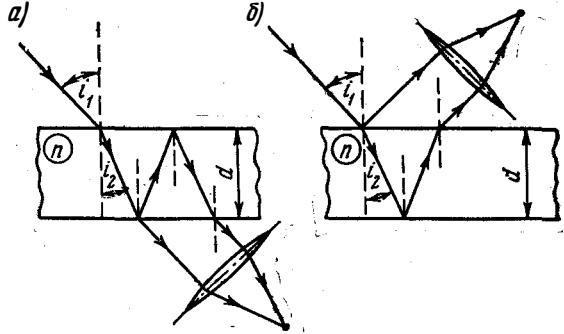


Рис. 30.1

где d — толщина пластинки (пленки), i_1 — угол падения, i_2 — угол преломления.

Второе слагаемое в этих формулах учитывает изменение оптической длины пути световой волны на $\lambda/2$ при отражении ее от среды оптически более плотной.

В проходящем свете (рис. 30.1, а) отражение световой волны происходит от среды оптически менее плотной и дополнительной разности хода световых лучей не возникает.

5. Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с оптической разностью хода световых волн

$$\Delta\varphi = 2\pi\Delta/\lambda.$$

6. Условие максимумов интенсивности света при интерференции

$$\Delta = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots).$$

7. Условие минимумов интенсивности света при интерференции

$$\Delta = \pm (2k + 1) (\lambda/2).$$

8. Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных в проходящем)

$$r_k = \sqrt{(2k-1) R (\lambda/2)},$$

где k — номер кольца ($k = 1, 2, 3, \dots$); R — радиус кривизны поверхности линзы, соприкасающейся с плоскопараллельной стеклянной пластинкой.

Радиусы темных колец в отраженном свете (или светлых в проходящем)

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}.$$

1. Радиус k -й зоны Френеля:

для сферической волны $\rho_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} k\lambda$, где a — расстояние диафрагмы

с круглым отверстием от точечного источника света; b — расстояние диафрагмы от экрана, на котором ведется наблюдение дифракционной картины; k — номер зоны Френеля; λ — длины волны;

для плоской волны $\rho_k = \sqrt{bk\lambda}$.

2. Дифракция света на одной щели при нормальном падении лучей. Условие минимумов интенсивности света

$$a \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda; \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

где a — ширина щели; φ — угол дифракции; k — номер минимума; λ — длина волны.

Условие максимумов интенсивности света

$$a \sin \varphi' = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}; \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

где φ' — приближенное значение угла дифракции.

3. Дифракция света на дифракционной решетке при нормальном падении лучей. Условие главных максимумов интенсивности

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda; \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

где d — период (постоянная) решетки; k — номер главного максимума; φ — угол между нормалью к поверхности решетки и направлением дифрагированных волн.

4. Разрешающая сила дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где $\Delta\lambda$ — наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны **раздельно в спектре**, полученном посредством данной решетки; N — число штрихов решетки; k — порядковый номер дифракционного максимума.

5. Угловая дисперсия дифракционной решетки

$$D_{\varphi} = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi},$$

линейная дисперсия дифракционной решетки

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta\lambda}.$$

Для малых углов дифракции

$$D_l \approx f D_{\varphi} \approx f \frac{k}{d},$$

где f — главное фокусное расстояние линзы, собирающей на экране дифрагированные волны.

6. Разрешающая сила объектива телескопа

$$R = \frac{1}{\beta} = \frac{D}{1,22\lambda},$$

где β — наименьшее угловое расстояние между двумя светлыми точками, при котором изображения этих точек в фокальной плоскости объектива могут быть видны раздельно; D — диаметр объектива; λ — длина волны.

7. Формула Вульфа—Брэгга

$$2d \sin \vartheta = k\lambda,$$

где d — расстояние между атомными плоскостями кристалла; ϑ — угол скольжения (угол между направлением пучка параллельных рентгеновских излучений, падающих на кристалл, и гранью кристалла), определяющий направление, в котором имеет место зеркальное отражение излучений (дифракционный максимум).

§ 32. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА Основные формулы

1. Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21},$$

где i_B — угол падения, при котором отраженная световая волна полностью поляризована; n_{21} — относительный показатель преломления.

2. Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где I — интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор; I_0 — интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; α — угол между направлением колебаний светового вектора волны, падающей на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора.

3. Степень поляризации света

$$P = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}),$$

где I_{\max} и I_{\min} — максимальная и минимальная интенсивности частично-поляризованного света, пропускаемого анализатором.

4. Угол поворота φ плоскости поляризации оптически активными веществами определяется соотношениями:

$$\text{в твердых телах } \varphi = \alpha d,$$

где α — постоянная вращения; d — длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

в чистых жидкостях $\varphi = [\alpha] \rho d$,
где $[\alpha]$ — удельное вращение; ρ — плотность жидкости;

в растворах $\varphi = [\alpha] C d$,
где C — массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

§ 33. ОПТИКА ДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛ Основные формулы

1. Эффект Доплера в релятивистском случае

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta \cos \vartheta},$$

где ν — частота электромагнитного излучения, воспринимаемого наблюдателем; ν_0 — собственная частота электромагнитного излучения, испускаемого неподвижным источником; $\beta = v/c$ — скорость источника электромагнитного излучения относительно наблюдателя; c — скорость распространения электромагнитного излучения в вакууме; ϑ — угол между вектором \mathbf{v} и направлением наблюдения, измеренный в системе отсчета, связанной с наблюдателем.

При движении источника вдоль прямой, соединяющей наблюдателя и источник, возможны два случая:

а) источник удаляется от наблюдателя ($\vartheta = 0$)

б) источник приближается к наблюдателю ($\vartheta = \pi$)

$$\nu = \nu_0 \sqrt{(1+\beta)/(1-\beta)}$$

2. Эффект Доплера в нерелятивистском случае

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{v}{c} \cos \vartheta,$$

где $\Delta \nu$ — изменение частоты ($\Delta \nu = \nu - \nu_0$).

3. Эффект Вавилова—Черенкова.

При движении заряженной частицы в некоторой среде со скоростью v , большей фазовой скорости света в данной среде, возникает излучение света. Свет этот распространяется по направлениям, составляющим острый угол ϑ с траекторией

частицы, т. е. вдоль образующих конуса, ось которого совпадает с направлением скорости частицы. Угол ϑ определяется из соотношения

$$\cos \vartheta = c/(nv), \quad \text{или} \quad \cos \vartheta = 1/(\beta n),$$

где n — показатель преломления среды, в которой движется заряженная частица.

КВАНТОВООПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ. ФИЗИКА АТОМА

§ 34. ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Основные формулы

В данном параграфе использованы новые термины, рекомендованные Международной организацией по стандартизации (ИСО) и Государственным комитетом СССР по стандартизации. В приведенной таблице указаны наименования величин новые и соответствующие им прежние:

Новое наименование	Прежнее наименование
Излучательность	Энергетическая светимость
Облученность	Энергетическая освещенность
Спектральная плотность излучательности	Спектральная плотность энергетической светимости
Сила излучения	Энергетическая сила света
Лучистость	Энергетическая яркость

1. Закон Стефана—Больцмана

$$R_e = \sigma T^4,$$

где R_e — излучательность абсолютно черного тела; T — термодинамическая температура; σ — постоянная Стефана—Больцмана [$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м² × К⁴)].

2. Излучательность серого тела

$$R_e = a_T \sigma T^4,$$

где a_T — коэффициент черноты (коэффициент излучения) серого тела.

3. Закон смещения Вина

$$\lambda_m = b/T,$$

где λ_m — длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения; b — постоянная закона смещения Вина ($b = 2,90 \cdot 10^{-3}$ м · К).

4. Формула Планка

$$r_{\lambda, T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(\lambda kT)} - 1},$$

$$r_{\omega, T} = \frac{h\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{h\omega/(kT)} - 1},$$

где $r_{\lambda, T}$, $r_{\omega, T}$ — спектральные плотности излучательности абсолютно черного тела; λ — длина волны; ω — круговая частота; c — скорость света в вакууме;

k — постоянная Больцмана; T — термодинамическая температура; h — постоянная Планка; $\hbar = h/(2\pi)$ — постоянная Планка, деленная на 2π .

5. Зависимость максимальной спектральной плотности излучательности от температуры

$$(r_{\lambda, T})_{\max} = CT^5,$$

где C — постоянная [$C = 1,30 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м³ · К⁵)].

1. Формула Эйнштейна в общем случае

$$\varepsilon = h\nu = A + T_{\max}, \text{ или } \hbar\omega = A + T_{\max},$$

где $\varepsilon = h\nu = \hbar\omega$ — энергия фотона, падающего на поверхность металла; A — работа выхода электрона из металла; T_{\max} — максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона;

в случае, если энергия фотона много больше работы выхода ($h\nu \gg A$),

$$h\nu = T_{\max}, \text{ или } \hbar\omega = T_{\max}.$$

2. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона в двух случаях (нерелятивистском и релятивистском) выражается различными формулами:

а) если фотоэффект вызван фотоном, имеющим незначительную энергию ($h\nu = \hbar\omega < 5$ кэВ), то

$$T_{\max} = \frac{1}{2}m_0 v_{\max}^2,$$

где m_0 — масса покоя электрона;

б) если фотоэффект вызван фотоном, обладающим большой энергией ($h\nu = \hbar\omega \gg 5$ кэВ), то

$$T_{\max} = (m - m_0) c^2, \text{ или } T_{\max} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right),$$

где $\beta = v_{\max}/c$, m — масса релятивистского электрона.

3. Красная граница фотоэффекта

$$\lambda_0 = hc/A, \text{ или } \lambda_0 = 2\pi\hbar c/A; \nu_0 = A/h, \text{ или } \omega_0 = A/\hbar,$$

где λ_0 — максимальная длина волны излучений (ν_0 и ω_0 — минимальные соответственно частота и круговая частота), при которых еще возможен фотоэффект.

1. Давление, производимое светом при нормальном падении,

$$p = \frac{E_e}{c} (1 + \rho), \text{ или } p = \omega (1 + \rho),$$

где E_e — облученность поверхности; c — скорость электромагнитного излучения в вакууме; ω — объемная плотность энергии излучения; ρ — коэффициент отражения.

2. Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu = hc/\lambda, \text{ или } \varepsilon = \hbar\omega,$$

где h — постоянная Планка; $\hbar = h/(2\pi)$; ν — частота света; ω — круговая частота; λ — длина волны.

3. Масса и импульс фотона выражаются соответственно формулами

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda} \text{ и } p = mc = \frac{h}{\lambda}.$$

1. Изменение длины волны $\Delta\lambda$ фотона при рассеянии его на электроне на угол θ

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{mc} (1 - \cos\theta), \text{ или } \Delta\lambda = 2 \frac{2\pi\hbar}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

где m — масса электрона отдачи; λ и λ' — длины волн.

2. Комптоновская длина волны

$$\lambda_C = 2\pi\hbar/(mc).$$

(При рассеянии фотона на электроне $\lambda_C = 2,436$ пм).

§ 38. АТОМ ВОДОРОДА ПО ТЕОРИИ БОРА

Основные формулы

1. Момент импульса электрона на стационарных орбитах*

$$L = mvr = n\hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

где m — масса электрона; r — радиус орбиты; v — скорость электрона на орбите; n — главное квантовое число; \hbar — постоянная Планка.

2. Энергия фотона, излучаемого атомом водорода при переходе из одного стационарного состояния в другое,

$$\varepsilon = 2\pi\hbar\omega = E_{n_2} - E_{n_1},$$

где ω — круговая частота излучения; E_{n_2} и E_{n_1} — энергии атома в стационарных состояниях, соответственно из которого атом переходит и в которое он переходит, или

$$\varepsilon = E_i \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} \right),$$

где E_i — энергия ионизации** атома водорода.

3. Энергия электрона, находящегося на n -й орбите,

$$E_n = - \frac{me^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2 n^2}.$$

4. Сериальная формула, определяющая длину волны света, излучаемого или поглощаемого атомом водорода при переходе электрона с одной орбиты на другую,

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где R' — постоянная Ридберга ($R' = 1,10 \cdot 10^7$ м⁻¹).

1. Коротковолновая граница λ_{\min} сплошного рентгеновского спектра

$$\lambda_{\min} = \frac{2\pi\hbar c}{|e|U},$$

где e — заряд электрона; U — разность потенциалов, приложенная к рентгеновской трубке; \hbar — постоянная Планка.

2. Закон Мозли в общем случае

$$\omega = CR(Z - \sigma)^2,$$

где ω — частота линий рентгеновского спектра; Z — атомный номер элемента, излучающего этот спектр; R — постоянная Ридберга ($R = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$); σ — постоянная экранирования; C — постоянная.

Закон Мозли для K_{α} -линий ($\sigma = 1, C = 3/4$)

$$\omega_{K_{\alpha}} = 3/4 R (Z - 1)^2, \text{ или } \frac{1}{\lambda_{K_{\alpha}}} = 3/4 R' (Z - 1)^2,$$

где R' — штрихованная постоянная Ридберга ($R' = 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$); $\frac{1}{\lambda} = \frac{\omega}{2\pi c}$ — волновое число*.

3. Энергия фотона K_{α} -линии рентгеновского излучения

$$\varepsilon_{K_{\alpha}} = 3/4 E_i (Z - 1)^2,$$

где E_i — энергия ионизации атома водорода.

1. Формула де Бройля, выражающая связь длины волны с импульсом p движущейся частицы, для двух случаев:

а) в классическом приближении ($v \ll c$; $p = m_0 v$)

$$\lambda = 2\pi\hbar/p;$$

б) в релятивистском случае (скорость v частицы сравнима со скоростью c света в вакууме; $p = mv = m_0 v / \sqrt{1 - v^2/c^2}$)

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0 v} \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

2. Связь длины волны де Бройля с кинетической энергией T частицы:

в классическом приближении $\lambda = 2\pi\hbar / \sqrt{2m_0 T}$;

в релятивистском случае $\lambda = 2\pi\hbar c / \sqrt{T(T + 2E_0)}$,

где E_0 — энергия покоя частицы ($E_0 = m_0 c^2$).

ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

§ 41. СТРОЕНИЕ АТОМНЫХ ЯДЕР. РАДИОАКТИВНОСТЬ

Основные формулы

1. Ядро обозначается тем же символом, что и нейтральный атом:

$${}^A_Z X,$$

где X — символ химического элемента; Z — атомный номер (число протонов в ядре); A — массовое число (число нуклонов в ядре). Число N нейтронов в ядре равно разности $A - Z$.

2. Основной закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N — число нераспавшихся атомов в момент времени t ; N_0 — число нераспавшихся атомов в момент, принятый за начальный (при $t = 0$); e — основание натуральных логарифмов; λ — постоянная радиоактивного распада.

3. Период полураспада $T_{1/2}$ — промежуток времени, за который число нераспавшихся атомов уменьшается в два раза. Период полураспада связан с постоянной распада соотношением

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

4. Число атомов, распавшихся за время t ,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda t}).$$

Если промежуток времени $\Delta t \ll T_{1/2}$, то для определения числа распавшихся атомов можно применять приближенную формулу

$$\Delta N \approx \lambda N \Delta t.$$

5. Среднее время жизни τ радиоактивного ядра — промежуток времени, за который число нераспавшихся ядер уменьшается в e раз:

$$\tau = 1/\lambda.$$

6. Число атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе,

$$N = (m/M) N_A,$$

где m — масса изотопа, M — его молярная масса; N_A — постоянная Авогадро.

7. Активность A нуклида в радиоактивном источнике (активность изотопа) есть величина, равная отношению числа dN ядер, распавшихся в изотопе, к промежутку времени dt , за которое произошел распад. Активность определяется по формуле

$$A = - \frac{dN}{dt} = \lambda N,$$

или после замены N по основному закону радиоактивного распада

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

Активность изотопа в начальный момент времени ($t = 0$)

$$A_0 = \lambda N_0.$$

Активность изотопа изменяется со временем по тому же закону, что и число нераспавшихся ядер:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}.$$

8. Массовая активность a радиоактивного источника есть величина, равная отношению его активности A к массе m этого источника, т. е.

$$a = A/m.$$

9. Если имеется смесь ряда радиоактивных изотопов, образующихся один из другого, и если постоянная распада λ первого члена ряда много меньше постоянных всех остальных членов ряда, то в смеси устанавливается состояние радиоактивного равновесия, при котором активности всех членов ряда равны между собой:

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \dots = \lambda_n N_n.$$

§ 42. ЭЛЕМЕНТЫ ДОЗИМЕТРИИ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Основные формулы

1. Закон ослабления узкого пучка моноэнергетических γ -излучений при прохождении через поглощающее вещество:

а) ослабление плотности потока ионизирующих частиц или фотонов

$$J = J_0 e^{-\mu x},$$

где J_0 — плотность потока частиц, падающих на поверхность вещества; J — плотность потока частиц после прохождения слоя вещества толщиной x ; μ — линейный коэффициент ослабления (рис. 42.1);

б) ослабление интенсивности излучений

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

где I — интенсивность γ -излучений в веществе на глубине x ; I_0 — интенсивность γ -излучений, падающих на поверхность вещества.

2. Слой половинного ослабления называется слой, толщина $x_{1/2}$ которого такова, что интенсивность проходящих через него γ -излучений уменьшается в два раза:

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{0,693}{\mu}.$$

3. Доза излучения (поглощенная доза излучения)

$$D = \Delta W / \Delta m.$$

где ΔW — энергия ионизирующего излучения, переданная элементу облучаемого вещества, Δm — масса этого элемента.

Доза излучения выражается в греях (1 Гр = 1 Дж/кг).

4. Мощность дозы излучения (мощность поглощенной дозы излучения)

$$\dot{D} = \Delta D / \Delta t.$$

где Δt — время, в течение которого была поглощена объектом облучения доза излучения ΔD .

Мощность дозы излучения выражается в греях в секунду (Гр/с).

5. Экспозиционная доза фотонного излучения (экспозиционная доза гамма- и рентгеновского излучения) есть величина, равная отношению суммы электрических зарядов ΔQ всех ионов одного знака, созданных электронами, освобожденными в облученном воздухе при условии полного использования ионизирующей способности электронов, к массе Δm этого воздуха:

$$X = \Delta Q / \Delta m.$$

Единица экспозиционной дозы — кулон на килограмм (1 Кл/кг).

6. Мощность экспозиционной дозы фотонного излучения \dot{X} есть величина, равная отношению экспозиционной дозы ΔX фотонного излучения к интервалу времени Δt , за которое получена эта доза, т. е.

$$\dot{X} = \Delta X / \Delta t.$$

Мощность экспозиционной дозы выражается в амперах на килограмм

7. Экспозиционная доза рентгеновского и γ -излучения, падающего на объект, экранированный защитным слоем толщиной x ,

$$X = X_0 e^{-\mu x},$$

где X_0 — экспозиционная доза при отсутствии защитного слоя.

8. Экспозиционная доза γ -излучения, падающего за время t на объект, находящийся в воздухе на расстоянии R от точечного источника,

$$X = \dot{X}t/R^2,$$

где \dot{X}_0 — мощность экспозиционной дозы на расстоянии, равном единице. Поглощением γ -излучения в воздухе пренебрегаем.

§ 43. ДЕФЕКТ МАССЫ И ЭНЕРГИЯ СВЯЗИ АТОМНЫХ ЯДЕР

Основные формулы

1. Согласно релятивистской механике, масса покоя m устойчивой системы взаимосвязанных частиц меньше суммы масс покоя $m_1 + m_2 + \dots + m_n$ тех же частиц, взятых в свободном состоянии. Разность

$$\Delta m = (m_1 + m_2 + \dots + m_n) - m \quad (1)$$

называется дефектом массы системы частиц.

2. Энергия связи прямо пропорциональна дефекту массы системы частиц

$$E_{\text{св}} = c^2 \Delta m,$$

где c^2 — коэффициент пропорциональности ($c^2 = 8,987 \cdot 10^{16}$ Дж/кг = $= 8,987 \cdot 10^{16}$ м²/с²).

Если энергия выражена в мегаэлектрон-вольтах, а масса — в атомных единицах, то

$$c^2 = 931,4 \text{ МэВ/а. е. м.}$$

3. Дефект массы* Δm атомного ядра есть разность между суммой масс свободных протонов и нейтронов и массой образовавшегося из них ядра:

$$\Delta m = (Zm_p + Nm_n) - m_{\text{я}},$$

где Z — зарядовое число (число протонов в ядре); m_p и m_n — массы протона и нейтрона соответственно; $m_{\text{я}}$ — масса ядра.

Если учесть, что

$$m_{\text{я}} = m_{\text{а}} - Zm_e, \quad m_p + m_e = m_{\text{1H}}, \quad N = (A - Z),$$

то формулу дефекта массы ядра можно представить в виде

$$\Delta m = Zm_{\text{1H}} + (A - Z)m_n - m_{\text{а}},$$

где A — массовое число (число нуклонов в ядре).

4. Удельная энергия связи (энергия связи на нуклон)

$$E_{\text{уд}} = E_{\text{св}}/A.$$

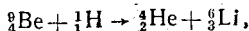
* Термин «дефект массы» иногда применяют в другом смысле, а именно: дефектом массы Δ называют разность между относительной атомной массой A_r данного изотопа и его массовым числом A :

$$\Delta = A_r - A.$$

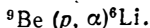
Таким образом, дефект массы Δ показывает отклонение относительной атомной массы от целочисленного значения. Эта величина прямого физического смысла не имеет, но ее использование позволяет в ряде случаев значительно упростить вычисления.

В настоящем пособии всюду имеется в виду дефект массы Δm , определяемый общей формулой (1).

1. Символическая запись ядерной реакции может быть дана или в развернутом виде, например



или сокращенно



При сокращенной записи порядковый номер атома не пишут, так как он определяется химическим символом атома. В скобках на первом месте ставят обозначение бомбардирующей частицы, на втором — частицы, вылетающей из составного ядра, и за скобками — химический символ ядра-продукта.

Для обозначения частиц приняты следующие символы: p — протон, n — нейтрон, d — дейтрон, t — тритон, α — альфа-частица, γ — гамма-фотон.

2. Законы сохранения:

а) числа нуклонов $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$;

б) заряда $Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$;

в) релятивистской полной энергии $E_1 + E_2 = E_3 + E_4$;

г) импульса $p_1 + p_2 = p_3 + p_4$.

Если общее число ядер и частиц, образовавшихся в результате реакции, больше двух, то запись соответственно дополняется.

3. Энергия ядерной реакции

$$Q = c^2 [(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)],$$

где m_1 и m_2 — массы покоя ядра-мишени и бомбардирующей частицы; $m_3 + m_4$ — сумма масс покоя ядер продуктов реакции.

Если $m_1 + m_2 > m_3 + m_4$, то энергия освобождается, энергетический эффект положителен, реакция экзотермическая.

Если $m_1 + m_2 < m_3 + m_4$, то энергия поглощается, энергетический эффект отрицателен, реакция эндотермическая.

Энергия ядерной реакции может быть записана также в виде

$$Q = (T_1 + T_2) - (T_3 + T_4),$$

где T_1 и T_2 — кинетические энергии соответственно ядра-мишени и бомбардирующей частицы; T_3 и T_4 — кинетические энергии вылетающей частицы и ядра-продукта реакции.

При экзотермической реакции $T_3 + T_4 > T_1 + T_2$; при эндотермической реакции $T_3 + T_4 < T_1 + T_2$.

§ 45. ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА МИКРОЧАСТИЦ Основные формулы

1. Фазовая скорость $v = \omega/k,$

где ω — круговая частота; k — волновое число ($k = 2\pi/\lambda$).

Групповая скорость $u = d\omega/dk.$

2. Соотношения де Бройля: $E = \hbar\omega, p = \hbar k,$

где E — энергия движущейся частицы, p — импульс частицы. k — волновой вектор; $|k| = k = 2\pi/\lambda$; \hbar — постоянная Планка ($\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с).

3. Соотношения неопределенностей:

а) для координаты и импульса частицы

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar,$$

где Δp_x — неопределенность проекции импульса частицы на ось x ; Δx — неопределенность ее координаты;

б) для энергии и времени $\Delta E \Delta t \geq \hbar,$

где ΔE — неопределенность энергии данного квантового состояния; Δt — время пребывания системы в этом состоянии.

1. Одномерное временное уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2},$$

где i — мнимая единица ($\sqrt{-1}$); m — масса частицы, $\Psi(x, t)$ — волновая функция, описывающая состояние частицы.

Волновая функция, описывающая одномерное движение свободной частицы,

$$\Psi(x, t) = e^{i(\rho x - Et)},$$

где A — амплитуда волны де Бройля; ρ — импульс частицы; E — энергия частицы.

Одномерное уравнение Шредингера для стационарных состояний

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0,$$

где E — полная энергия частицы; $U(x)$ — потенциальная энергия; $\psi(x)$ — координатная (или амплитудная) часть волновой функции.

Для случая трех измерений $\psi(x, y, z)$ уравнение Шредингера записывается в виде

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0,$$

или в операторной форме

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0,$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа.

При решении уравнения Шредингера следует иметь в виду стандартные условия, которым должна удовлетворять волновая функция: конечность (во всем пространстве), однозначность, непрерывность самой ψ -функции и ее первой производной.

2. Вероятность dW обнаружить частицу в интервале от x до $x + dx$ (в одномерном случае) выражается формулой

$$dW = |\psi(x)|^2 dx,$$

где $|\psi(x)|^2$ — плотность вероятности.

Вероятность W обнаружить частицу в интервале от x_1 до x_2 находится интегрированием dW в указанных пределах:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx.$$

3. Собственное значение энергии E_n частицы, находящейся на n -м энергетическом уровне в бесконечно глубоком одномерном прямоугольном потенциальном ящике, определяется формулой

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

где l — ширина потенциального ящика.

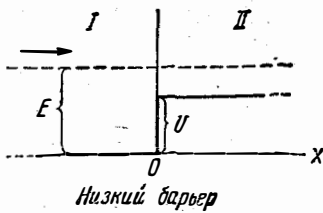


Рис. 46.1

Соответствующая этой энергии *собственная* волновая функция имеет вид

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x.$$

4. Коэффициент преломления n волн де Бройля на границе низкого потенциального барьера бесконечной ширины* (рис. 46.1)

$$n = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{k_2}{k_1},$$

где λ_1 и λ_2 — длины волн де Бройля в областях I и II (частица движется из области I в II); k_1 и k_2 — соответствующие значения волновых чисел.

5. Коэффициенты отражения ρ и пропускания τ волн де Бройля через низкий ($U < E$) потенциальный барьер бесконечной ширины:

$$\rho = \left| \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right|^2; \quad \tau = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2},$$

где k_1 и k_2 — волновые числа волн де Бройля в областях I и II

6. Коэффициент прозрачности D прямоугольного потенциального барьера конечной ширины

$$D \approx \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)} d \right],$$

где U — высота потенциального барьера; E — энергия частицы; d — ширина барьера.

* Такой барьер называют также потенциальной ступенью; если при переходе из области I в область II потенциальная энергия частицы уменьшается.

1. Уравнение Шредингера для стационарных состояний в сферических координатах

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \right] + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0,$$

где $\psi = \psi(r, \vartheta, \varphi)$ — волновая функция; E — полная энергия частицы; U — потенциальная энергия частицы (являющаяся функцией координат).

2. В атоме водорода (или водородоподобном ионе) потенциальная энергия $U(r)$ имеет вид

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

где Z — зарядовое число; e — элементарный заряд; ϵ_0 — электрическая постоянная.

3. Собственное значение энергии E_n электрона в атоме водорода

$$E_n = -\frac{Z^2 e^4 m}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 n^2},$$

где \hbar — постоянная Планка, n — главное квантовое число ($n = 1, 2, 3, \dots$).

4. Символическая запись ψ -функции, описывающей состояние электрона в атоме водорода,

$$\psi_{n, l, m}(r, \vartheta, \varphi),$$

где n, l, m — квантовые числа: главное, орбитальное, магнитное.

Вероятность dW того, что электрон находится в области, ограниченной элементом объема dV , взятого в окрестности точки с координатами r, ϑ, φ ,

$$dW = |\psi_{n, l, m}(r, \vartheta, \varphi)|^2 dV,$$

где $dV = r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi dr$ (в сферических координатах).

В s -состоянии ($l = 0, m = 0$) волновая функция сферически симметрична (т. е. не зависит от углов ϑ и φ).

Нормированные собственные ψ -функции, отвечающие $1s$ -состоянию (основному) и $2s$ -состоянию,

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a} \quad \text{и} \quad \psi_{200}(r) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi a^3}} \left(2 - \frac{r}{a} \right) e^{-r/2a},$$

или в атомных единицах

$$\psi_{100}(\rho) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\rho} \quad \text{и} \quad \psi_{200}(\rho) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} (2 - \rho) e^{-\rho/2},$$

где в качестве единицы длины принят боровский радиус $a = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m} = 52,9$ нм.

При таком выборе единицы длины расстояние от ядра $\rho = r/a$ будет выражаться в безразмерных единицах длины, называемых атомными единицами.

Вероятность dW найти электрон в атоме водорода, находящемся в s -состоянии, в интервале $(r, r + dr)$ одинакова по всем направлениям и определяется формулой (см. также пример 4)

$$dW = |\psi_{n, 0, 0}(r)|^2 4\pi r^2 dr$$

5. Орбитальные моменты импульса* и магнитный момент электрона:

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad \mu_l = \mu_B \sqrt{l(l+1)},$$

где l — орбитальное квантовое число, которое может принимать значения $0, 1, 2, \dots, n-1$; μ_B — магнетон Бора: $\left(\mu = \frac{e\hbar}{2m} = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/Тл} \right)$

6. Проекция орбитального момента импульса и магнитного момента на направление внешнего магнитного поля (совпадающего с осью Z):

$$L_{1z} = \hbar m_l, \quad \mu_{1z} = \mu_B m_l$$

7. Гиромагнитное отношение для орбитальных магнитного и механического моментов

$$\frac{\mu_l}{L_l} = \frac{\mu_{1z}}{L_{1z}} = \frac{\mu_B}{\hbar} = \frac{1}{2} \frac{e}{m}.$$

8. Спиновые момент импульса* и магнитный момент электрона:

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad \mu_s = 2\mu_B \sqrt{s(s+1)},$$

где s — спиновое квантовое число ($s = 1/2$).

9. Проекция спиновых момента импульса и магнитного момента на направление внешнего магнитного поля (совпадающего с осью Z):

$$L_{sz} = \hbar m_s, \quad \mu_{sz} = 2\mu_B m_s.$$

где m_s — спиновое магнитное квантовое число ($m_s = -1/2, +1/2$).

10. Гиромагнитное отношение для спиновых магнитного и механического моментов

$$\frac{\mu_s}{L_s} = \frac{\mu_{sz}}{L_{sz}} = 2 \frac{\mu_B}{\hbar} = \frac{m}{m}.$$

11. Распределение электронов по состояниям в атоме записывается с помощью спектроскопических символов:

Значение побочного квантового числа	0	1	2	3	4	5		
Спектроскопический символ	s	p	d	f	g	h	i	k

Электронная конфигурация записывается следующим образом: число, стоящее слева перед спектроскопическим символом, означает главное квантовое число n , а сам спектроскопический символ отвечает тому или иному значению орбитального квантового числа l (пример: обозначению $2p$ отвечает электрон с $n = 2$ и $l = 1$; $2p^2$ означает, что таких электронов в атоме 2, и т. д.).

* Вместо термина «момент импульса» употребляют также термин «механический момент» (механический орбитальный момент, механический спиновый момент).

12. Принцип Паули. В атоме не может находиться два (и более) электрона, характеризующихся одинаковым набором четырех квантовых чисел: n, l, m_l, m_s .

13. Полный момент импульса электрона

$$L_j = \hbar \sqrt{j(j+1)},$$

где j — внутреннее квантовое число ($j = l + 1/2, l - 1/2$).

14. Полный орбитальный момент атома

$$L_L = \hbar \sqrt{L(L+1)},$$

где L — полное орбитальное квантовое число.

15. Полный спиновый момент атома

$$\mathcal{L}_S = \hbar \sqrt{S(S+1)},$$

где S — полное спиновое квантовое число.

16. Полный момент импульса атома

$$\mathcal{L}_J = \hbar \sqrt{J(J+1)},$$

где J — полное внутреннее квантовое число.

17. Символическое обозначение состояния атома (спектральный терм)

$$^{2S+1}L_J,$$

где $2S + 1$ — мультиплетность. Вместо полного орбитального квантового числа L пишут символ в соответствии с таблицей:

Значение	0	1	2	3	4	5
Символ	<i>S</i>	<i>P</i>	<i>D</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>

Пр и м е р: терм $^2P_{3/2}$ расшифровывается следующим образом: мультиплетность $2S + 1 = 2$, следовательно, $S = 1/2$, символу *P* соответствует $L = 1$, а $J = 3/2$.

18. Магнитный момент атома $\mu_J = g\mu_B \sqrt{J(J+1)}$,

где g — множитель (или фактор) Ланде:

$$g = 1 + \frac{1(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

19. Проекция магнитного момента атома на направление внешнего магнитного поля (совпадающего с осью Z)

$$\mu_{Jz} = g\mu_B m_J,$$

где m_J — полное магнитное квантовое число ($m_J = J, J-1, \dots, -J$).

20. Сила, действующая на атом в неоднородном магнитном поле,

$$F_z = \frac{\partial B}{\partial z} \mu_{Jz},$$

где $\partial B/\partial z$ — градиент магнитной индукции.

21. Частота ларморовой прецессии $\omega_L = eB/(2m)$, где m — масса электрона.

22. Энергия атома в магнитном поле $E = -\mu_{Jz} B$.

23. Величина расщепления спектральной линии при эффекте Зеемана

а) сложном (аномальном) $\Delta\omega = (m'_j g'' - m''_j g') \omega_L$,

где m''_j , m'_j и g'' , g' — магнитные квантовые числа и множители Ланде соответствующих термов;

б) простом (нормальном) $\Delta\omega = 0, \pm \omega_L$.

24. Правила отбора для квантовых чисел S, L, J и m_S, m_L, m_J :

$$\Delta S = 0; \quad \Delta m_S = 0$$

$$\Delta L = \pm 1; \quad \Delta m_L = 0, \pm 1$$

$$\Delta J = 0, \pm 1; \quad \Delta m_J = 0, \pm 1.$$

Не осуществляются переходы $J = 0 \rightarrow J = 0$, а при $J = 0$ — переходы $m_J = 0 \rightarrow m_J = 0$.

1. Приведенная масса двухатомной молекулы $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$,

где m_1 и m_2 — массы атомов, входящих в состав молекулы.

2. Собственная круговая частота осциллятора $\omega = \sqrt{\beta/\mu}$,

где β — коэффициент квазиупругой силы.

3. Нулевая собственная волновая функция одномерного квантового гармонического осциллятора $\psi_0(x) = C_0 \exp(-\alpha^2 x^2/2)$,

где параметр $\alpha = \sqrt{\mu\omega/\hbar}$.

4. Колебательная энергия гармонического осциллятора

$$E_n = \hbar\omega(n + 1/2),$$

где n — колебательное квантовое число ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$).

Для квантового числа n существует правило отбора, согласно которому $\Delta n = \pm 1$.

5. Нулевая энергия $E_0 = 1/2 \hbar\omega$.

6. Колебательная энергия ангармонического осциллятора

$$E_v = \hbar\omega[(v + 1/2) - \gamma(v + 1/2)^2],$$

где v — колебательное квантовое число ($v = 0, 1, 2, \dots$); γ — коэффициент ангармоничности, Δv — любое целое число. Для квантового числа v нет правила отбора, поэтому Δv может принимать любые целочисленные значения.

7. Разность энергий двух соседних колебательных уровней

$$\Delta E_{v+1, v} = \hbar\omega[1 - 2\gamma(v + 1)].$$

8. Максимальное значение квантового числа v

$$v_{\max} = \frac{1}{2\gamma} - 1.$$

9. Максимальная колебательная энергия

$$E_{\max} = \hbar\omega/(4\gamma).$$

10. Энергия диссоциации двухатомной молекулы

$$D = \frac{\hbar\omega}{4\gamma}(1 - 2\gamma).$$

11. Момент инерции двухатомной молекулы относительно оси проходящей через ее центр инерции перпендикулярно прямой, соединяющей ядра атомов,

$$J = \mu d^2,$$

где μ — приведенная масса молекулы; d — межъядерное расстояние.

12. Вращательная постоянная

$$B = \hbar^2/(2J).$$

13. Вращательная энергия двухатомной молекулы

$$E_{\mathcal{J}} = B\mathcal{J}(\mathcal{J} + 1),$$

где \mathcal{J} — вращательное квантовое число ($\mathcal{J} = 0, 1, 2, \dots$).

14. Спектроскопическое волновое число

$$\tilde{\nu} = 1/\lambda, \quad \text{где } \lambda \text{ — длина волны излучения.}$$

15. Энергия ϵ фотона излучения связана с спектроскопическим волновым числом соотношением

$$\epsilon = 2\pi\hbar c\tilde{\nu},$$

где c — скорость распространения электромагнитного излучения.