

Лабораторная работа 1.05

Определить момент инерции маховика Обербека.

Цель работы: изучение работы законов вращательного движения на примере маховика Обербека.

Задачи: Определить момент инерции маховика Обербека, измерив время прохождения фиксированного расстояния разными грузами.

Подготовка и выполнение лаб. работы: Изучить понятие момента силы и момента импульса относительно точки и оси, момент инерции точки и твердого тела, означиваться с понятиями угловой скорости и углового ускорения мат. точки, а также, с уравнением вращ. движения твердого тела относ. неподвижной оси. Издать принятый, на опытах основанная работа экск. условия.

Теория.

Вращение твердого тела позадной массой вокруг неподвижной оси описывается основным уравнением динамики вращ. движ. При заданном значении момента инерции тела J относительно оси вращения записываются уравнения Гамильтона:

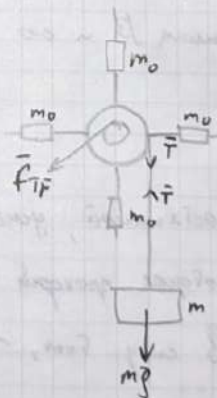
$$M = JB$$

где M - суммарный момент внешних сил, приложенных к телу, относительно O , B - угловое ускор. вращ. тела.

Момент инерции твердого тела относительно некоторой оси можно определить по формуле

$$J = \int r^2 dm$$

где $dm = \rho dV$ - масса ^{элементарной} объема dV , ρ - плотность тела, r - расстояние от элементарной массы тела до оси вращения. В тех случаях, когда тело имеет сложную геом. форму или неоднородно по массе, вычислить момент инерции тела бывает сложно. В таком случае опы. момент инерции производится экспериментально.



1) При движении груза m сила натяжения нити создает вращ. момент $M_T = TR$ (3)

где R - рад. шкива, T - сила натяжения нити, а T можно определить по $ma = m_T - T$

где a - ускорение груза. Из этого уравнения выразим силу натяж. нити.

$$T = m(g - a)$$

Используя основной закон динамики вращений, можно измерить вращение маховика. На маховике работает момент сил трения, который тормозит его. Определим

Этот момент введем закручивающим, так как оно создается неизвестными параметрами. При известной скорости вращения суммарный момент сил трения считать положительным, а момент приложения силы — минус оси вращения. r, v, e .

$$M_{\text{тр}} = F T_{\text{тр}} \quad \text{①}$$

Согласно ③ и ④ суммарный момент сил равен:

$$M = M_T - M_{\text{тр}}$$

Извест ускорение центра маховика β и его

тангенциальное ускорение $a_T =$

$$a_T = \beta R$$

Сила или вес небольшой и неэластичной, ускорение груза δ можно выразить через h , которое проходит груз за время t , а именно $a = 2h/t^2$. В силу того, что

$$a_{\text{ж}} = a \Rightarrow$$

$$\beta = \frac{a}{R} = \frac{2h}{R t^2}$$

Попробуем использовать в нач-ке грузы шири с массами m_1 и m_2 и измеряя время прохождения или фиксированное расст. h получим систему для J и $M_{\text{тр}} =$

$$J \frac{2h}{R t_1^2} = m_1 \left(g \frac{2h}{t_1^2} \right) R - M_{\text{тр}} R$$

$$J \frac{2h}{R t_2^2} = m_2 \left(g \frac{2h}{t_2^2} \right) R - M_{\text{тр}} R$$

$$\Downarrow$$

$$J = \frac{R^2}{t_1^2 - t_2^2} \left[\frac{(m_2 - m_1) g t_1^2 t_2^2}{2h} + (m_1 t_2^2 - m_2 t_1^2) \right]$$

В проводимом эксп. грузы различны на два порядка меньше g , поэтому:

$$|m_1 t_2^2 - m_2 t_1^2| \ll \frac{(m_2 - m_1) g t_1^2 t_2^2}{2h}$$

\Downarrow

$$J = \frac{R^2 (m_2 - m_1) g t_1^2 t_2^2}{(t_1^2 - t_2^2) 2h}$$

Рассчитать моменты инерции относительно центра масс

m, кг	Расстояние					
	l, c	1	2	3	4	5
m ₁ = 0,363 кг		6,74	6,81	6,86	6,82	6,77
m ₂ = 0,118 кг						12,70
						12,38
						12,69
						12,48
						12,47

1.10

Расчет по методу 1.05.

1) Найти $t_{ср.зв}$: $\frac{6,74 + 6,81 + 6,93 + 6,82 + 6,77}{5}$
 $= 6,8 \text{ км}$
 $m_2 = \frac{12,47 + 12,48 + 12,69 + 12,38 + 12,70}{5} = 12,54 \text{ c}$

2) Вычислить моменты инерции относительно центра масс

$$J = \frac{R^2 (m_1 - m_2) g t_1^2 t_2^2}{(t_1^2 - t_2^2) 2h}$$

$J_1 = \frac{0,024^2 (0,118 - 0,363) \cdot (9,8 \cdot 6,8^2 \cdot 12,54^2)}{(6,81^2 - 12,54^2) \cdot 2 \cdot 75} \approx 0,0319 \text{ кг/м}^2$

$J_2 = \frac{0,024^2 (0,118 - 0,363) \cdot (9,8 \cdot 6,8^2 \cdot 12,34^2)}{(6,81^2 - 12,54^2) \cdot 2 \cdot 77} \approx 0,0296 \text{ кг/м}^2$

3) при $m_1 = 0,363 \text{ кг}$
 $\Delta t_1 = |6,81 - 6,74| = 0,07 \text{ c}$
 $\Delta t_2 = |6,81 - 6,81| = 0 \text{ c}$
 $\Delta t_3 = |6,81 - 6,93| = 0,12 \text{ c}$
 $\Delta t_4 = |6,81 - 6,82| = 0,01 \text{ c}$
 $\Delta t_5 = |6,81 - 6,77| = 0,04 \text{ c}$

$$\Delta t_{кр} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta t_i)^2}{n(n-1)}} = \frac{0,07^2 + 0^2 + 0,12^2 + 0,01^2 + 0,04^2}{5(5-1)} = 0,018 \text{ c}$$

$\Delta t_{ср} = 1,19 \cdot 0,018 = 0,021 \text{ c}$

$$\text{при } m_2 = 0,118$$

$$\Delta t_1 = |12,54 - 12,47| = 0,07 \text{ с}$$

$$\Delta t_2 = |12,54 - 12,49| = 0,05 \text{ с}$$

$$\Delta t_3 = |12,54 - 12,69| = 0,15 \text{ с}$$

$$\Delta t_4 = |12,54 - 12,35| = 0,19 \text{ с}$$

$$\Delta t_5 = |12,54 - 12,70| = 0,16 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{ср}} = \frac{\sqrt{0,07^2 + 0,05^2 + 0,15^2 + 0,19^2 + 0,16^2}}{5} = 0,063 \text{ с}$$

$$\Delta t_{\text{ср}} = 118 \cdot 0,063 = 0,074 \text{ с}$$

4) абсолют. погрешность:

$$\Delta t_{\text{абс}} = \sqrt{(\Delta t_{\text{ср}})^2 + (\Delta t_{\text{ин}})^2} = \sqrt{0,021^2 + 0,11^2} = 0,1121$$

$$t_2 = \sqrt{(\Delta t_{\text{ср}})^2 + (\Delta t_{\text{ин}})^2} = \sqrt{0,074^2 + 0,11^2} = 0,134$$

5) погрешность E:

$$E = \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta h}{h} + 2 \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta m}{2m_1 \cdot m} + 2 \frac{\Delta t_1}{t_1} + \frac{\Delta t_2}{2t_2} + \frac{\Delta t}{2t} - t_2$$

$$= \frac{0,05}{9,8} + \frac{0,005}{75} + 2 \frac{0,5}{17} + 2 \frac{0,1021}{6,81} + 2 \frac{0,1021}{12,54} + 2 \frac{0,1021}{8,21 - 12,54}$$

$$\approx 0,078$$

$$E_2 = 0,081$$

$$\Delta J_1 = J_1 \cdot E_1 \approx 0,0024 \text{ кг/м}^2$$

$$\Delta J_2 = 0,0023 \text{ кг/м}^2$$

Ответ: $(0,031 \pm 0,002)$, $(0,030 \pm 0,002) \text{ кг/м}^2$

Вывод: В ходе выполнения работы, при помощи метода колебаний мы изучили закон вращательного движения, измерили моменты инерции и необходимые величины, для разных расстояний и грузов.

Handwritten signature and date
29.09

1,05 (5, 6)

⑤ Малый обертыватель - крестовина на вращающейся оси, на которой намотана лента с грузиками. По четыре взаимно перпендикулярных стержня крестовины располагаются четыре порвительных груза одинаковой массы. Под действием сил тяжести, лента сматывается и вызывает движение крестовины.

6

Суммарный момент сил, приложенных к маятнику, относительно оси вращения, равен разнице между моментом сил натяжения нити и моментом сил тяжести, где $M_T = TR$, а $M_{TR} = rRr$.

⇓

$$M = M_T - M_{TR}$$