Лабораторная работа 1.01

Определение плотности твёрдого тела.

Теоретическое введение.

Плотность однородного тела определяется по формуле: $\rho = \frac{m}{V}$, где m – масса тела, а V – объём тела. Чтобы узнать плотность тела, необходимо произвести ряд физических измерений.

Физические измерения делятся на:

– Прямые: измерения с помощью прибора (секундомер, весы и т.д.);

– Косвенные: искомая величина находится по зависимости между ней и параметрами, полученными при прямых измерениях.

Никакая физическая величина не может быть определена с абсолютной точностью. Поэтому полученные значения обычно записывают в виде $X \pm \Delta X$, где ΔX – абсолютная погрешность измерения.

Обычно погрешности, определяющие точность измерений, подразделяются на:

– Систематические: связаны с неправильной установкой или настройкой измерительного прибора;

– Приборные: связаны с несовершенством любого измерительного инструмента;

– Случайные: связаны с условиями, в которых производятся измерения.

При однократных измерениях случайные погрешности игнорируются, и в качестве абсолютной погрешности берётся погрешность прибора.

Для повышения точности результата производят многократные измерения одной и той же величины.

$X = \lim\limits_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum\limits_{i=1}^{n} X_i$, где n – кол-во замеров, X_i – результат i-го замера

Если количество n измерений ограничено, то наиболее близким к этому значению является среднее арифметическое значение данной величины.

$X_{ср} = \frac{1}{n} \sum\limits_{i=1}^{n} X_i$, При этом, можно оценить случайную погрешность, которая будет зависеть как от погрешности каждого измерения, так и от количества измерений.

$\Delta X_i = |X_{ср} - X_i|$

Как правило, в качестве меры случайной погрешности при многократных измерениях берут среднюю квадратичную погрешность:

$$\Delta X_{кв} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (\Delta X_i)^2}{n(n-1)}}$$

Но при малом количестве измерений случайную погрешность принято считать по формуле $\Delta X_{сл} = \alpha_{n,p} \Delta X_{кв}$, где коэффициент $\alpha_{n,p}$ зависит как от кол-ва измерений, так и от выбранного значения доверительной вероятности P.

Теория рекомендует рассчитывать окончательное значение погрешности по формуле: $\Delta X = \sqrt{(\Delta X_{сл})^2 + (\Delta X_{пр})^2}$

Для сравнительной оценки точности измерений различных физических величин используют также относительную погрешность измерения E: $E = \frac{\Delta X}{X_{ср}}$

В простейших случаях оценить абсолютную погрешность косвенного измерения нетрудно:

$A = x \pm y \Rightarrow \Delta A = \Delta x + \Delta y$

В более сложных случаях сначала определяют относительную погрешность косвенного измерения. Пусть $A = f(x, y, z...)$. Тогда эту погрешность $E = \Delta A/A$ можно записать в виде $E = dA/A$. С другой стороны $dA/A = d(\ln A)$, поэтому E можно вычислить по формуле: $E = d[\ln f(x, y, z, \dots)]$

Найдём, для примера, относительную погрешность величины следующего вида: $A = \frac{C \cdot x^3 (y - z)}{y^2}$, где C — некоторый известный параметр.

Прологарифмировав это выражение, получим:

$$\ln A = \ln C + 3\ln x + \ln(y-Z) - 2\ln y$$

Теперь продифференируем это уравнение

$$\frac{dA}{A} = \frac{dC}{C} + 3\frac{dx}{x} + \frac{d(y-Z)}{y-Z} - 2\frac{dy}{y}$$

Взяв погрешности вместо дифференциалов получим:

$$E = \frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta C}{C} + 3\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{(\Delta y + \Delta Z)}{y-Z} + 2\frac{\Delta y}{y}$$

Абсолютную погрешность косвенного измерения находим по формуле: $\Delta A = E \cdot A$

Погрешность констант берется равной половине единицы наименьшего разряда. $g = 9{,}8$ м/с^2 $\Delta g = 0{,}05$ м/с^2

Абсолютную погрешность принято округлять до одной значащей цифры.

Таблица измерений

Измеряемая величина	1	2	3	4	5	Среднее значение	Случайная погрешность	Погрешность прибора	Абсолютная погрешность измерения
D_i, мм	14,58	14,52	14,54	14,54	14,50	14,54		0,02	$\Delta D = 0{,}02$
ΔD_i, мм	0,04	0,02	0	0	0,04		0,012		
$(\Delta D_i)^2$ мм^2	0,0016	0,0004	0	0	0,0016				
H_i, мм	60,50	60,52	60,48	60,54	60,52	60,51	0,012	0,02	$\Delta H = 0{,}02$
ΔH_i, мм	0,01	0,01	0,03	0,03	0,01				

$(\Delta H_i)^2$, мм^2	0,0001	0,0001	0,0009	0,0009	0,0001				
m_i, г	14,10	14,05	14,10			14,08	0,02	0,05	$\Delta m = 0,05$
Δm_i, г	0,02	0,03	0,02						
$(\Delta m_i)^2$, г^2	0,0004	0,0009	0,0004						

1. $D_{i\,ср.знач} = \frac{14,58+14,52+14,54+14,54+14,50}{5} = \frac{72,68}{5} = 14,536 \approx 14,54$ мм.

$H_{i\,ср.знач.} = \frac{60,50+60,52+60,48+60,54+60,52}{5} = \frac{302,56}{5} = 60,512 \approx 60,51$ мм.

$m_{i\,ср.знач} = \frac{14,10+14,05+14,10}{3} = \frac{42,25}{3} = 14,08333 \approx 14,08$ г.

2. $\Delta X_i = |X_{ср} - X_i|$ $\Delta D_1 = |14,54 - 14,58| = 0,04$ мм $(\Delta D_1)^2 = (0,04)^2 = 0,0016$ мм^2

$\Delta D_2 = |14,54 - 14,52| = 0,02$ мм $(\Delta D_2)^2 = (0,02)^2 = 0,0004$ мм^2

$\Delta D_3 = |14,54 - 14,54| = 0$ мм $(\Delta D_3)^2 = 0^2 = 0$ мм^2

$\Delta D_4 = |14,54 - 14,54| = 0$ мм $(\Delta D_4)^2 = 0^2 = 0$ мм^2

$\Delta D_5 = |14,54 - 14,50| = 0,04$ мм $(\Delta D_5)^2 = (0,04)^2 = 0,0016$ мм^2

$\Delta H_1 = |60,51 - 60,50| = 0,01$ мм $(\Delta H_1)^2 = (0,01)^2 = 0,0001$ мм^2

$\Delta H_2 = |60,51 - 60,52| = 0,01$ мм $(\Delta H_2)^2 = (0,01)^2 = 0,0001$ мм^2

$\Delta H_3 = |60,51 - 60,48| = 0,03$ мм $(\Delta H_3)^2 = (0,03)^2 = 0,0009$ мм^2

$\Delta H_4 = |60,51 - 60,54| = 0,03$ мм $(\Delta H_4)^2 = (0,03)^2 = 0,0009$ мм^2

$\Delta H_5 = |60,51 - 60,52| = 0,01$ мм $(\Delta H_5)^2 = (0,01)^2 = 0,0001$ мм^2

$\Delta m_1 = |14,08 - 14,10| = 0,02$ г $(\Delta m_1)^2 = (0,02)^2 = 0,0004$ г^2

$\Delta m_2 = |14,08 - 14,05| = 0,03$ г $(\Delta m_2)^2 = (0,03)^2 = 0,0009$ г^2

$\Delta m_3 = |14,08 - 14,10| = 0,02$ г $(\Delta m_3)^2 = (0,02)^2 = 0,0004$ г^2

3. $\Delta X_{кв} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} (\Delta X_i)^2}{n(n-1)}}$ $\Delta X_{сл} = \alpha_{n,p} \Delta X_{кв}$

$\Delta D_{кв} = \sqrt{\dfrac{0,0016+0,0004+0,0016}{20}} = \sqrt{\dfrac{0,0036}{20}} = \sqrt{0,00018} \approx 0,0134$ мм. $\approx 0,01$ мм

$\Delta H_{кв} = \sqrt{\dfrac{0,0001+0,0001+0,0009+0,0009+0,0001}{20}} = \sqrt{\dfrac{0,0021}{20}} = \sqrt{\dfrac{0,000105}{1}} \approx 0,0102$ мм $\approx 0,01$ мм

$\Delta m_{кв} = \sqrt{\dfrac{0,0004+0,0009+0,0004}{6}} = \sqrt{\dfrac{0,0017}{6}} = \sqrt{0,0002833} \approx 0,02$ г.

$\Delta X_{сл} = \alpha_{n,p} \Delta X_{кв}$

$\Delta D_{сл} = 1,19 \cdot 0,01 = 0,0119 \approx 0,012$ мм

$\Delta H_{сл} = 1,19 \cdot 0,01 = 0,0119 \approx 0,012$ мм

$\Delta m_{сл} = 1,39 \cdot 0,02 = 0,0278 \approx 0,02$ г.

4. $\Delta X_{конечн} = \sqrt{(\Delta X_{сл})^2 + (\Delta X_{пр})^2}$

$\Delta D_{конечн} = \sqrt{(0,012)^2 + (0,02)^2} = \sqrt{0,000544} \approx 0,02$ мм.

$\Delta H_{конечн} = \sqrt{(0,012)^2 + (0,02)^2} = \sqrt{0,000544} \approx 0,02$ мм.

$\Delta m_{конечн} = \sqrt{(0,02)^2 + (0,05)^2} = \sqrt{0,0029} \approx 0,05$ г.

5. $\rho = \dfrac{4m}{\pi D^2 \cdot H}$

$\rho = \dfrac{4 \cdot 14,08}{3,14 \cdot 14,54^2 \cdot 60,51} = \dfrac{56,32}{40168,5} = 0,00141$ г/мм^3

$E = \dfrac{\Delta \rho}{\rho} = \dfrac{\Delta m}{m} + \dfrac{\Delta \pi}{\pi} + 2\dfrac{\Delta D}{D} + \dfrac{\Delta H}{H}$

$E = \dfrac{0,05}{14,08} + \dfrac{0,005}{3,14} + 2 \cdot \dfrac{0,02}{14,54} + \dfrac{0,02}{60,51} = 0,007$ г/мм^3

$\Delta \rho = E \cdot \rho = 0,007 \cdot 0,0014 \approx 0,00001$ г/мм^3.

Ответ…
Вывод…
которы…
и вычи…
Чурс…
И…
При…
записыв…
инерции…
внешни…
Приме…
в сис…

$(0{,}00141 \pm 0{,}00001)$ кг/м^3

Ответ: $\rho \pm \Delta\rho$ $\quad 0{,}00141$ г/мм^3 $\pm\ 0{,}00001$ г/мм^3 $= 1410$ кг/м^3 $\pm\ 10$ кг/м^3 ?!

(1410 ± 10) кг/м^3

Вывод: Существует множество разновидностей погрешностей, которые нужно учитывать при проведении замеров и вычислений для получения корректного результата.

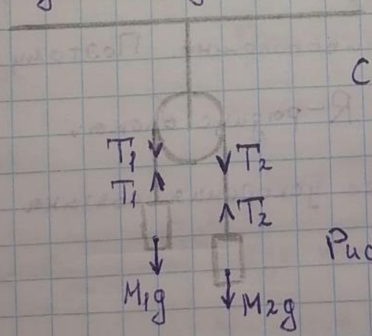
Лабораторная работа 1.04

Изучение основного закона динамики поступательного движения.

Теоретическое введение.

При вращательном движении основной закон динамики записывается следующим образом: $I \cdot \beta = N$, где I – момент инерции тела, β – угловое ускорение, N – суммарный момент внешних сил относительно оси вращения

Применим законы динамики для расчёта ускорения грузов в системе:



Схематическое изображение установки

Рис. 1