Матанализ теория для простых

Оглавление

Глава1

Да кто такие эти ваши ряды

1.1 Что такое ряд?

Вообще говоря ряд - это сумма членов некоторой последовательности. Например $a_1+a_2+\dots+a_n$, так же обозначается $\sum_n^\infty a_n$, где a_n может быть как константой, так и каким-либо образом зависеть от n.

1.2 Ну и что с ними делать?

В нашем курсе мы главным образом рассматриваем сходимость и расходимость рядов. Поэтому для начала уясним, ряды могут: *сходиться и расходиться*.

Что это нам дает? Когда ряд *сходится* - это образно значит, что его сумма существует, и не уходит на бесконечность. Причем сходиться он может *условно и абсолютно*.

Абсолютная сходимость, это значит "он ровный, и не выебывается", $\sum a_n$ называется сходящимся абсолютно, если сходится ряд из модулей
$\sum|a_n|$

Условная сходимость, Ряд $\sum_n^\infty a_n$ называется условно сходящимся, если сам он сходится, а ряд, составленный из абсолютных величин его членов, расходится.

Как определить тип сходимости рассмотрим в следующей главе. Сейчас же запоминаем у *абсолютно сходящихся рядов члены перестановочны* т. е. можно хуевертить ими как пожелаешь, можно как то сгруппировать их, допустим a_1 с a_3, a_2 с a_4 и т. д. Такие манипуляции нужны, допустим, для того, чтобы посчитать сумму ряда(не обязательно,но может сработать)

С *уловно сходящимися такие трюки не прокатят*, разные виды таких "группировок" дадут разное значение.(А как вообще их сумму то посчитать? Да в общем случае никак, если не получится доказать обратное, короче нужно будет нормально так подумать)

Глава2 ммм...

Ряды?......

2.1 А как понять, что ряды сходятся?

Проверяем необходимый признак сходимости $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, если не выполнился то ряд гавно ебаное и расходится, а если проверка прошла, то тут есть 3 варианта

2.1.1 Признак Даламбера

Так, значит умный мужик сказал, что:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \beta$$

Если $\beta < 1$ *ряд сходится*

Если $\beta > 1$ *ряд расходится*

Если $\beta = 1$ *требуется дополнительное исследование Дополнительное исследование предполагает использование других признаков для выявления сходимости*

2.1.2 Радикальный признак Коши

Другой не менее умный мужик сказал, что:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \beta$$

Если $\beta < 1$ *ряд сходится*

Если $\beta > 1$ *ряд расходится*

Если $\beta = 1$ *требуется дополнительное исследование Несложно заметить, что логика такая же, как и в предыдущем пункте.*

2.1.3 Интегральный признак Коши

Этот же умный мужик еще сказал, что: *бля похуй, что он сказал, как веда надушнил, короче*

Рассмотрим положительный числовой ряд$\sum_n^\infty a_n$*.Если существует несобственный интеграл*$\int_n^{+\infty} a_n dn$*, то ряд сходится или расходится вместе с этим интегралом.*

2.2 А что и когда?????

Ну тут не все так тривианльно, но если в задании a_n имеется какой то факториал(!), то в таком случае скорее всего нам понадобится *признак Даламбера*.

Так же не отходя от кассы рассмотрим, что можно сделать с неродимыми факториалами. Сущутвует так называемая формула Стирлинга

$$n! \sim \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$$

Опа, а что это тут у нас? Степень? Вот для таких случаев мы юзаем *радикальный признак Коши*. Она круто позволяет избавляться нам от всяких не нужных степеней.

Стоит запомнить вот такие вот приколы:

$$lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a} = 1$$

$$lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a^n} = a$$

$$lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n} = 1$$

$$lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n^{100}} = 1$$

С таким багажем знаний переходим к *интегральному признаку Коши*. Он являетсе самым сильным(решает абсолютное большинство задач) признаком, но так же и самым сложным, потому как придется вычислять интеграл. Однако преподы любят давать примеры на подобие такого:

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln(n)}$$

Что ж докажем сходимость такого чуда, тут таки прям напрашивается наш интегральный признак, давайте воспользуемся:

$$\int_{n=2}^{\infty}\frac{dn}{n\ln(n)} = \int_{n=2}^{\infty}\frac{d\ln(n)}{\ln(n)} = ln(ln(n))|_2^{\infty} = ln(ln(\infty)) - ln(ln(2)) = ln(ln(\infty))$$

Следовательно наш интеграл расходится, как и разходится наш исследуемый ряд.

2.3 Теперь о легендарном методе сравнения и эквивалентности........

Допустим, у нас есть ряд:

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2+1} \sim \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$, так как на бесконечности нам будет похуй на эту + 1

Аналогично можно сделать и с $\ln()$:

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\ln(x)+1} \sim \sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\ln(x)}$$, так можно поступать и с другими функциями

По такой же логике можно поступать и с аргументами

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\ln(x+1)} \sim \sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\ln(x)}$$

Тут уже можно начать и о сравнениях, логика такая же: если для какого то ряда мы можем найти мажоранту для ряда, и если она сходится, то ряд сходится, но об этом немного позднее, но пример для затравочки рассмотрим:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\frac{1}{2}}{n^2+2} < \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2+2} < \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2+1} < \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$$

последний ряд мажорирует предыдущие

Тут же стоит рассмотреть гармонические ряды, тут даже не важно что это такое по определению, главное, что надо запомнить, это то, как они выглядят.

ряды вида $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}$ называются гармоническими, и при $\alpha > 1$ сходятся

в противном случае расходятся!

Поэтому, если мы посмотрим на самый первый пример на странице, то, зная этот факт, мы можем заключить что оба ряда сходятся.

Так же не забываем про эквивалентные замены, при сравнениях и эквивалентных переходах мы можем ими воспользоваться, только не забываем, что они справедливы только при аргументе $f(x)$, который стремиться к 0.

$$\begin{array}{cc}
sin(f(x)) \sim f(x) & e^{f(x)}-1 \sim f(x) \\
tg(f(x)) \sim f(x) & a^{f(x)}-1 \sim f(x)lna \\
arcsin(f(x)) \sim f(x) & ln(1+f(x)) \sim f(x) \\
arctg(f(x)) \sim f(x) & (1+f(x))^{\alpha}-1 \sim \alpha f(x) \\
sh(f(x)) \sim f(x) & 1-cos(f(x)) \sim \frac{f(x)^2}{2}
\end{array}$$

Все эти действия мы делаем для того, чтобы свести ряд к виду, к которому можно будет применить один из признаков сходимости!

Глава3 Условная сходимость

3.1 Как определить условную сходимость

В предыдущей главе мы рассматривали признаки абсолютной сходимости, а сейчас затронем условную.

В общем то говоря никаких сложностей нет. В рамках абсолютной сходимости, я рассмотривал только закоположительные ряды, т. е. те, каждый член которых имеет положительный знак

Что же будет, если мы коснемся знакочередующихся, где каждый элемент отличается знаком от последующего, напимер n - ый элемент будет иметь множитель $(-1)^n$

Тогда порядок наших действий таков:

1. Рассматриваем абсолютную величину кажного из элемента ряда, т. е. если нам дан ряд$\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, то берем$\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$.
2. Рассматриваем ряд$\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$ на сходимость(см. Главу 2)
3. Если же ряд$\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$ сходится, то поздравляю, исследуемый ряд сходится абсолютно, закончили упражнение.
4. Если же ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$ расходится, то делаем следуюший обряд: проверяем признак Лейбница(см. ниже).
5. Признак Лейбница прошел проверку? Поздравляю, наш ряд можно назвать с гордостью условно сходящимся! а коли нет, то и пошел он нахуй, никому он не всрался, нет в нем голубых кровей, он расходится

Если же ряд является знакопеременным, т.е. в нем знаки не чередуются друг за другом, а расположены к каком то другом порядке, то, если мы не можем подобрать к нему сходящуюся мажоранту (или же мажоранта расходится), в таком случае ряд является расходящимся.

3.2 Признак Лейбница

Признак Лейбница содержит в себе 3 пункта:

1. Ряд является знакочередующимся

2. Ряд убывает монотонно, то есть каждый последующий элемент ряда меньше его предшественника.

3. $\lim_{n\to\infty} |a_n| = 0$

Если выполнены все условия признака Лейбница, то ряд является уловно сходящимся.

Глава4

Мажоранта и кто такой этот ваш Вейерштрасс

Говорят, что ряд$\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ мажорирует ряд$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, если для любого значения n выполнено неравенство $a_n \leq b_n$

Сам же признак Вейерштрасса гласит:
Если для функционального ряда$\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ на исследуемом промежутке удастся подобрать мажорирующий его числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, который сходится, то исследуемый функциональный ряд тоже сходится.

Не стоит пугаться слова функциональный, это абсолютно такой же ряд, только всчает в себя переменную x, как это понимать? Ну можно предствить ряд Тейлора, где сумма всех челенов складывается в какую то функцию, так и тут весь ряд это "зашифрованная" функция, а чтобы доказать ее сходимость нам потребуется посмотреть в условии, какой промежуток нам задан, если же там небольшой отрезок, то подбираем такое число(из промежутка), чтобы функция принимала в нем максимальное значение, вот и наша мажоранта.

А если в качестве промежутка мы получили хуйню (−∞;+∞), то просто ищем критические точки с помощью первой производной. Находим точку максимума, и подставляемм ее в качестве x в условие(т.е. в формулу n - го члена ряда) гордо получая мажоранту.

Далее все повторяем по знакомому нам алгоритму. Исследуем мажоранту и делаем выводы и сходимости.

Глава5

Область сходимости (степенного) ряда

Рассматривая функциональные ряды, мы можем задаться вопросом(смешная шутка): ”А когда он будет сходиться?”, так вот, в этих случаях придется делать исследование.

Остсновимся для начала на степенном ряде. Что это такое? Все просто смотрим сюда:

$$\sum_{n}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$$

, где x_0 действительное число(цифра типа епта)

Вот эта хуйня $(x - x_0)^n$ и говорит нам о том, что это степенной ряд. Далле значит мы считаем радиус сходимости R. Для этого есть 2 формулы:

$R = \lim\limits_{n\to\infty} \left| \frac{1}{\sqrt[n]{a_n}} \right|$ или $R = \lim\limits_{n\to\infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$ выбираем, что удобнее

Замечу тот факт, что это просто перевернутые признаки Даламбера и радикальный Коши.

И дальше находим интервал сходимости это интервал, на котором иселдуемый ряд сходится абсолютно.

$$(x_0 - R, x_0 + R)$$

Замечательно, эта часть идет к ответу, а дальше мы проводим вычисления на концах интервала, то есть на $(x_0 - R)$ и $(x_0 + R)$ подставляя эти значения вместо x.

Когда мы поставили числа вместо x то получили обычные или знакочередующиеся ряды, а дальше все точно так же.(См. Главу 3). Далее к ответу добавляем наши извояния о характере ряда на его границах.

Лирическое отступление, если же наш ряд не степенной, то можно воспользоваться теми же признаками радикальным Коши и Даламбера,

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \beta$$

напомним: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \beta$

Только сейчас, если мы будем их считать, мы получим не цифру, а какое то выражение с x

Вспоминаем, что мы имели, и делаем вывод: чтобы наш ряд сходился, это выражение, то бишь в нашем случае β, должна быть меньше одного, из чего получаем неравенство, решая которое, мы получаем то же интервал сходимости и дальше все точно так же, как и в предыдущем пункте, исследуем его на границах.

Глава6

Ряд Тейлора

Вот мы и добрались до великого и ненаглядного. Чтож не будим мять титьки, приступим сразу к практике.

Первое что мы делаем, смотрим в какой точке, мы будем раскладывать нашу фукнцию. Допустим нам сказали что нужно разложить фукнцию в точке x_0, тогда делаем замену $t = x - x_0$, тогда $x = t + x_0$ и везде вместо x вставляем нашу новоиспеченную замену.

Далее у нас будет функция, которую мы будем раскладывать. У нас может быть множитель x или $(x-1)$ и т.д., в таком случае мы его не трогаем, а смотрим дальше, там будет какая то функция из следующего списка:

Разложение	Область сходимости
$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots$	$x \in R$
$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots + (-1)^{n+1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \ldots$	$x \in R$
$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \ldots$	$x \in R$
$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + \ldots$	$x \in (-1,1]$
$(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{1\cdot 2}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{1\cdot 2\cdot 3}x^3 + \ldots$	$x \in [-1,1]$, если $m \geq 0$; $x \in (-1,1]$, если $-1 < m < 0$; $x \in (-1,1)$, если $m \leq -1$
$\operatorname{arctg} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1} + \ldots$	$x \in [-1,1]$
$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \ldots + (-1)^n x^n + \ldots$	$x \in (-1,1)$

Причем вместо x может стоять что-то типа $\frac{1}{3}x$ *или −x и т.п.*

Так теперь бля вспоминаем что такое тригонометрические формулы, то, что часто попадается кроме основного тригонометрического тождества (кто забыл это $\sin^2(x)+\cos^2(x)$) это формулы понижения степени встречайте: $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$ и $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$.

Тут намечается вопросик а что это за хуйня такая и что с ней делать, так вот. Значит делаем вот так и не ебем мозга, если имеем $\frac{1}{2}(1+\cos 2x)$ то косинус перехуяриваем по табличке. И к нашему ряду(который мы нашли по табличке) добавляем единичку, да да это будет выглядеть как $1 + \sum a_n$ и делим это добро пополам. Или же получаем $\frac{1}{2} + \sum \frac{a_n}{2}$

Далее встает вопрос(и не только), а что делать с логирифмами там же епта единичка. Так вот, хлопцы, ЗАПОМИНАЕМ, ЕДИНИЧКУ НЕ ТРОГАЕМ ФРЕНДЛИФАЕР, а что делать, сейчас покажу.

Допустим имеем $\ln(x-1)(x+2)$ тогда делаем так. Смотрим на надпишь выше про единичку и вспоминаем попутно как работать с логарифмами. Для начала делаем так, хоба $\ln\left[(x-1)(2)(1+\frac{1}{2}x)\right]$,а далее вспоминаем свойства логарифмов и получаем: $\ln(x-1)+\ln(1+\frac{1}{2}x)+\ln(2)$. Дальше по по той же всемогущей табличке.

С дробями поступаем точно так же. Если допустим была $\frac{1}{x+3}$ то делаем такой вот прикол $\frac{1}{3(\frac{1}{3}x+1)} = \frac{1}{3}\frac{1}{(1+\frac{1}{3}x)}$ а дальше по нашей любимой табличке.

Теперь пару слов об области сходимости. В принципе можно ее посчитать так, как мы говолили до этого, но мы же не гупые и заметили интересные railприписки к таблице. Так как у нас будет не обазятельно просто икс, рассмотрим на примере:

$$\frac{1}{3}\frac{1}{(1+\frac{1}{3}x)} \text{ сделаем замену } \frac{1}{3}x = t$$

Теперь заглядываем в табличу, ага, там написано $x \in (-1,1)$ значит у нас $t \in (-1,1)$ и наш $x \in (-3,3)$. Думаю логику все уяснили. если у нас будет несколько таких ”применений” таблицы, т. е. мы несколько раз будем брать ряд с таблицы, то все области выписываем в систему, и решаем ее.

Глава7

Ряд Фурье

Про сам ряд фурье говорить особо нечего. Главное запомнить вот эту формулу:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n \cos\frac{\pi n x}{l} + b_n \sin\frac{\pi n x}{l}\right]$$

$$a_0 = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)dx$$

$$a_n = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)\cos\frac{\pi n x}{l}dx$$

$$b_n = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)\sin\frac{\pi n x}{l}dx,$$

где l - полупериод

Тут можно добавить, что у четных функций(симметрия относительной Oy) можно использовать такие приколы:

$$\int_{-A}^{A} f(x)dx = 2\int_{0}^{A} f(x)dx$$

Для нечетных функций соответсвенно:

$$\int_{-A}^{A} f(x)dx = 0$$

Соответсвенно $\sin(x)$ *нечетный, а* $\cos(x)$ *четный*

Запоминаем!!!

Произведение двух функций *одной* чётности *чётно*.

Произведение двух функций *разной* чётности *нечётно*.

Не забываем про $\cos(\pi n) = (-1)^n$ и т.п https://mathdf.com/int/ru/ Калькулятор Интргралов Также еще не стоит забывать о возможности задания функций в виде совокупности

$$f(x) = \left[\begin{array}{l} g(x) \text{ при } x \in (-l,0) \\ u(x) \text{ при } x \in (0,+l) \end{array}\right.$$

В этом случае мы считаем кофициенты так:

$$a_0 = \frac{1}{l}\left[\int_{-l}^{0} g(x)dx + \int_{0}^{l} u(x)dx\right]$$

$$a_n = \frac{1}{l}\left[\int_{-l}^{0} g(x)\cos\frac{\pi nx}{l}dx + \int_{0}^{l} u(x)\cos\frac{\pi nx}{l}dx\right]$$

$$b_n = \frac{1}{l}\left[\int_{-l}^{0} g(x)\sin\frac{\pi nx}{l}dx + \int_{0}^{l} u(x)\sin\frac{\pi nx}{l}dx\right]$$

Логика думаю ясна.

Частичные суммы подразумевают высчитывания только одного коэфциента, только a_n и a_0, если речь про частичные суммы косинусов, или только b_n, если мы говорим про синусы.

Частичная сумма косинусов

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cos\frac{\pi nx}{l}\right]$$

Частичная сумма синусов

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty}\left[b_n\sin\frac{\pi nx}{l}\right]$$

Есть еще такое равенсво Парсеваля оно может помочь посчитать сумму ряда, но нам нужно только занать, что оно вообще существует, и просто подставить туда цифрки. Так же стоит значть что для ее подсчета не обязательны оба коэфциента a_n и b_n, достаточно одного из них и a_0. Если нам не дан(или нам впадлу считать) a_n или b_n просто выписываем тот, который мы знаем, а другой зануляем.

$$\frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f^2(x)dx = \frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2)$$

Глава8 Колебания струны

Значится так, смотрим на формулку

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

также имеются начальыне условия:

$$u(x,0) = f(x), \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi(x), l$$ - длина струны

Это уравнение колебания струны. Ничего не понятно? Ну и хуй с ним не важно. Просто смотрим дальше:

В общем случае решение будет записываться так:

$$u(x,t) = (A\cos(\sqrt{\lambda}x) + B\sin(\sqrt{\lambda}x))(C\cos(\sqrt{\lambda}t) + D\sin(\sqrt{\lambda}t))$$

Имея какие-то начальные условия, можно вычислить A,B,C,D и λ. В этом случае нам дано, что $u(0,t) = u(l,t) = 0$, тогда подставляю эти начальные условия в общий случай получаем: √

Из того, что $u(0,t) = 0 \rightarrow A = 0$, а из $u(l,t) = 0 \rightarrow B\sin(l\sqrt{\lambda}) = 0$, откуда получаем, что $\sqrt{\lambda} = \frac{k\pi}{l}$, подставляя наши изваяния под первоначальную формулу, получаем:

$$u(x,t) = B\sin(\frac{xk\pi}{l})\left(C\cos(\frac{tk\pi}{l}) + D\sin(\frac{tk\pi}{l})\right)$$

Дальше переписываем данную функию в сумму, заменяя C,D в a_k и b_k, а коэф. B включаем в них, получаем:

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty}\sin(\frac{xk\pi}{l})\left(a_k\cos(\frac{tk\pi}{l}) + b_k\sin(\frac{tk\pi}{l})\right)$$

Дальше смотрим на начальные условия:

$$u(x,0) = f(x) \to \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin\frac{xk\pi}{l} = f(x)$$

Как мы это получили? значится так, у нас функция $u(x,t)$ зависит от x и t, а по начальным условиям $u(x,0) = f(x)$ поэтому вместо t поставляем 0, x оставляем на месте, и всю нашу функцию приравниваем к $f(x)$. Таким образом и получаем это.

Далее найдем a_k по следующей формуле:

$$a_k = \frac{2}{l}\int_0^l f(x)\sin\frac{xk\pi}{l}dx$$

Опять обращаем внимание на начальное условие $\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = \varphi(x)$. Функция $u(x,t)$ записанная в виде ряда у нас уже есть, поэтому просто берем ее производную по t.

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty}\sin(\frac{xk\pi}{l})\left(a_k\cos(\frac{tk\pi}{l}) + b_k\sin(\frac{tk\pi}{l})\right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{k=1}^{\infty}\left(-\frac{k\pi}{l}a_k\sin(\frac{tk\pi}{l}) + \frac{k\pi}{l}b_k\cos(\frac{tk\pi}{l})\right)\sin\frac{xk\pi}{l}$$

Вместо t поставляем 0, x оставляем на месте, и всю нашу функцию приравниваем к $\phi(x)$.

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k\pi}{l}b_k\sin\frac{xk\pi}{l} = \varphi(x)$$

Если $\phi(x) = 0$, то $b_k = 0$, а если нет, то

$$b_k = \frac{2}{\pi k}\int_0^l \varphi(x)\sin\frac{xk\pi}{l}dx$$

В ответ записываем вот это, с найденными a_n и b_n

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty}\sin(\frac{xk\pi}{l})\left(a_k\cos(\frac{tk\pi}{l}) + b_k\sin(\frac{tk\pi}{l})\right)$$

Глава9

А примеры можно?

На сходимость рядов смотрим 1,2 номера

На интревал и радиус сходимости (область сходимости) 3 номер

Ряд Тейлора 4 номер
Мажоранта и Вейерштрасс 5 номер
Ряд Фурье 6 номер
Колебание струны 7 номер